



Universidad Politécnica de Cartagena

Departamento de Electrónica, Tecnología
de Computadoras y Proyectos

Ingeniero de Telecomunicación

Instrumentación Electrónica

Tema 1. Aspectos generales sobre los sistemas de instrumentación

Índice

Tema 1. Aspectos generales sobre los sistemas de instrumentación.

1.1. Definiciones.

1.2. Componentes de un sistema generalizado de medida.

1.3. Clasificación de los instrumentos electrónicos.

1.3.1. Estructura general de un instrumento de medida electrónico.

1.3.2. Visualización analógica / digital.

1.4. Métodos de medida.

1.5. Características de funcionamiento de los instrumentos de medida.

1.5.1. Especificación de las características metrológicas y de funcionamiento de los instrumentos de medida.

1.6. Incertidumbre en las medidas.

1.6.1. Exactitud y precisión, error sistemático y error aleatorio.

1.6.2. Estimación de la incertidumbre.

1.6.2.1. Estimación de la incertidumbre de la medida en una medida directa.

1.6.2.2. Estimación de la incertidumbre de la medida en medidas indirectas y por observaciones repetidas.

1.7. Características dinámicas y régimen transitorio de un sistema de instrumentación.

1.8. Unidades y patrones.

Bibliografía

**Sensores y acondicionadores de señal. Ramón Pallás Areny.
Marcombo.**

**Instrumentación Electrónica Moderna y Técnicas de Medición. William D. Cooper.
Prentice Hall.**

**Instrumentos electrónicos básicos. Ramón Pallás Areny.
Marcombo.**

**Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida.
Ministerio de Fomento.**

**Real Decreto 1317/1989, de 27 de octubre, por el que se establecen las Unidades Legales de Medida.
BOE nº 264 del 3-11-1989**

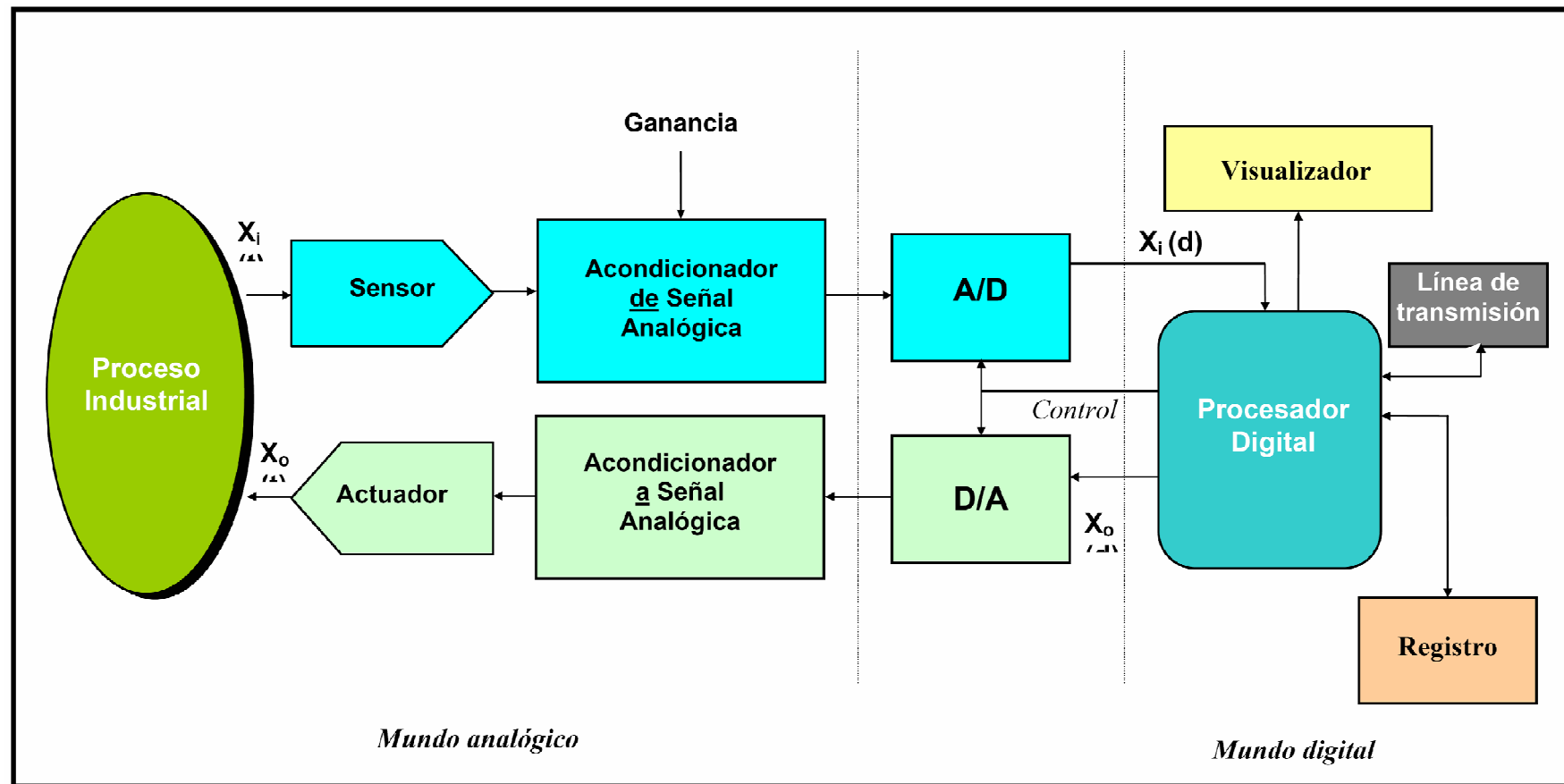
1.1. Definiciones

Medir es asignar un valor numérico a una magnitud concreta (tensión, corriente, potencia, resistencia...), de acuerdo con una regla predeterminada que esté basada en la experimentación. Toda medida implica cuando menos tres funciones:

- 1) detectar la magnitud de interés, empleando si hace falta un transductor, o un *sensor* que ofrezca una señal eléctrica útil a partir de la señal de entrada;
- 2) procesar la señal obtenida por el detector para extraer la información deseada y ofrecerla al indicador en forma de una señal adecuada;
- 3) presentar la lectura, almacenarla, o transmitirla, o varias acciones a la vez.

Cadena de medida es el conjunto de elementos que constituye el camino que recorre la señal de medida desde la entrada hasta la salida.

1.2. Componentes de un sistema generalizado de Medida.



1.3. Clasificación de los instrumentos electrónicos.

- **Instrumentos de medida y visualización.**

Son sistemas electrónicos que realizan la evaluación de uno o varios parámetros de una señal eléctrica y los presentan de forma gráfica, numérica o alfanumérica. La representación se realiza en la unidad de medida adecuada al parámetro a medir y de acuerdo con el sistema de unidades de medida adoptado. Ejemplo: el osciloscopio.

- **Instrumentos generadores de señal.**

Son sistemas electrónicos que tienen como misión generar señales eléctricas de características determinadas. Ejemplo: el generador de señales.

- **Instrumentos convertidores de señal.**

Son dispositivos o circuitos electrónicos que convierten una señal eléctrica o no eléctrica, en otra señal eléctrica de características y rango determinados, en uno de cuyos parámetros está contenida toda la información correspondiente a la primera. Ejemplos: los sensores y los transductores.

1.3.1 Estructura general de un instrumento de medida electrónico.

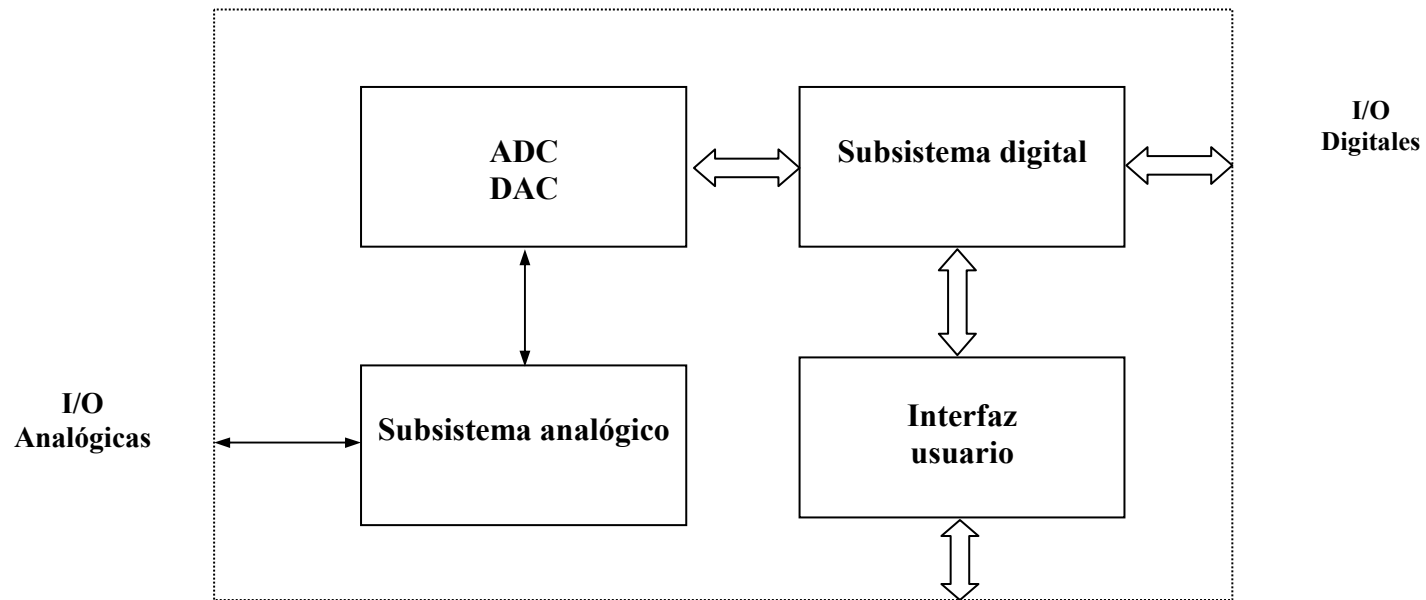


Figura 1.2. Diagrama de bloques de un instrumento.

1.3.2. Visualización analógica / digital.

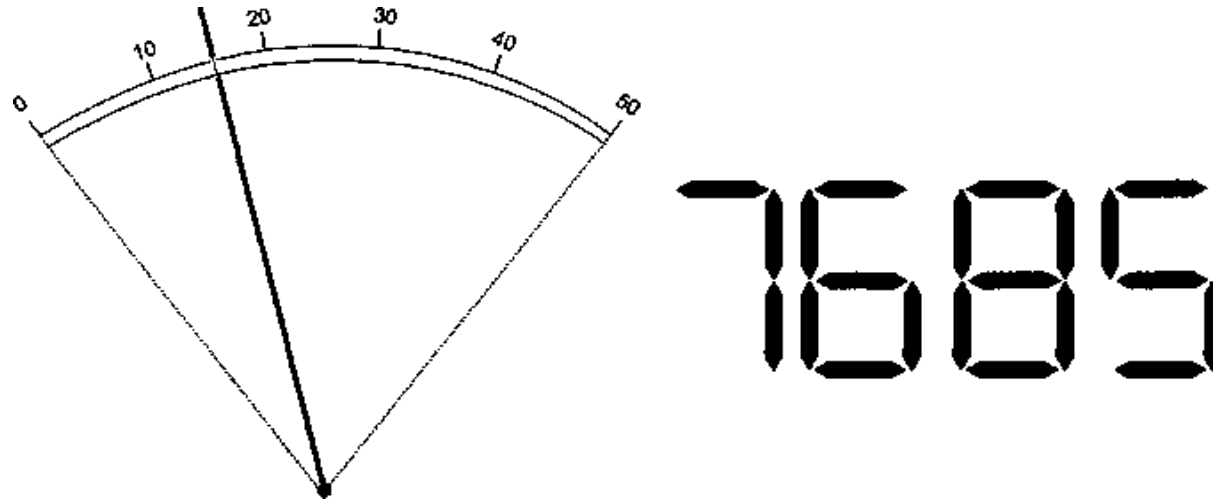


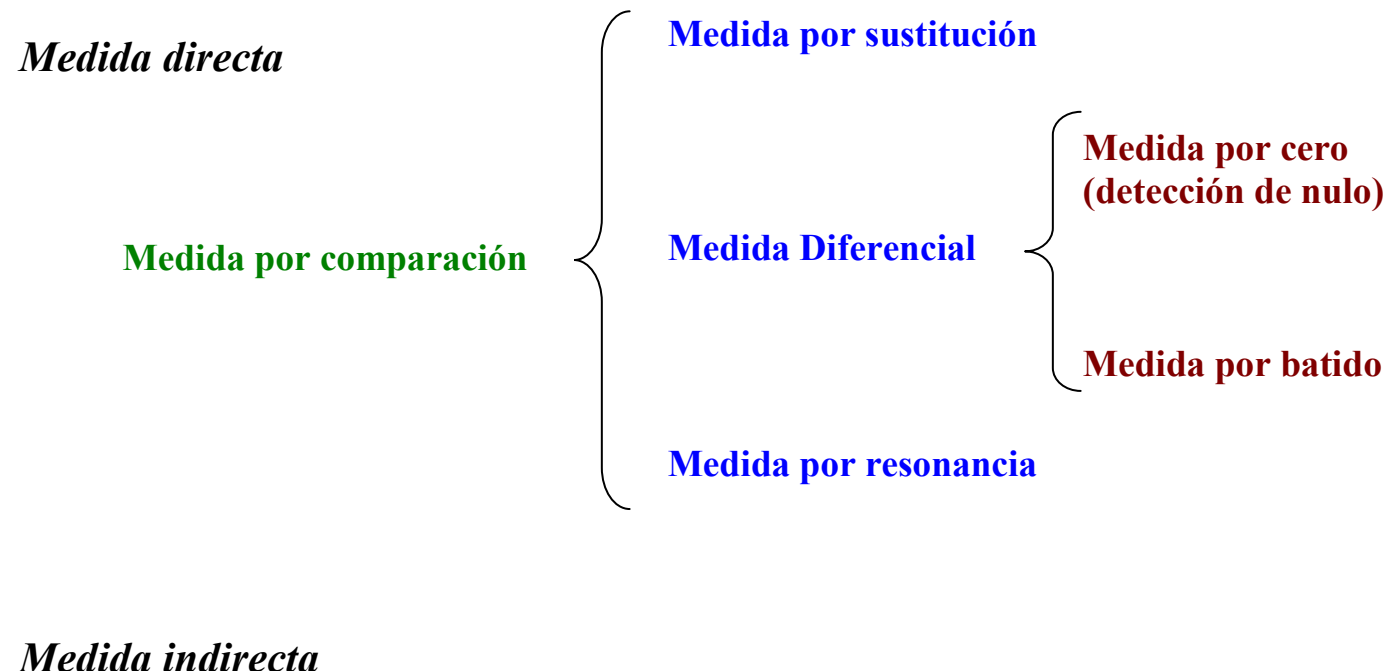
Figura 1.3. Visualización analógica y digital.

En la visualización analógica, la indicación es una función continua del correspondiente valor de la magnitud medida o de la señal de entrada.

Una visualización digital se caracteriza por su número de cifras (dígitos decimales) y por su resolución (la unidad de la cifra menos significativa)

1.4. Métodos de medida.

Se denomina método de medida a la secuencia lógica de operaciones genéricas, teóricas y prácticas, que se realizan para obtener una medida. El conjunto específico de operaciones utilizadas para realizar una medición concreta siguiendo un determinado método, constituye el procedimiento de medida.



1.5. Características de funcionamiento de los instrumentos de medida

Mensurando es la magnitud que es objeto de una medida, evaluada en el estado en el que se encuentra el sistema medido durante la propia medida.

Carga instrumental es la interacción inevitable con el sistema medido.

Valor no perturbado de la magnitud es el valor que se obtendría si el instrumento no interfiriera con el valor de la magnitud que se mide. No obstante, siempre se produciría una *incertidumbre intrínseca del mensurando*.

El **resultado de la medición** es el valor atribuido a un mensurando, obtenido por medición. Para que la declaración del resultado de una medición sea completa, debe incluirse información acerca de la incertidumbre de medida. Por lo tanto, el resultado de una medida (M) comprende: un valor (V), la incertidumbre correspondiente (U , del inglés *uncertainty*) y la unidad de medida ($[M]$),

$$M = V \pm U [M] \quad (1.1)$$

El valor V se denomina **valor medido** y es simplemente el elemento medio del conjunto asignado para representar el mensurando, se denomina también valor del mensurando.

La **incertidumbre de medida** U es un parámetro asociado al resultado de una medida que caracteriza la dispersión de los valores que podrían razonablemente ser atribuidos al mensurando.

La incertidumbre de medida con un **nivel de confianza** del 95 % es igual a la mitad de la anchura del intervalo de los valores atribuibles al mensurando que contiene el 95 % de dichos valores.

Factor de cobertura, k , es valor por el que se multiplica la desviación típica de todos los valores atribuibles al mensurando para obtener incertidumbre de medida U .

La **calibración** del instrumento es el conjunto de operaciones que permite obtener la relación que existe entre la ***indicación o valor leído***, que es la salida del instrumento, y el resultado de la medida.

El **diagrama de calibración** que es una banda de un plano de coordenadas definido por el eje de las indicaciones del instrumento (R) y el eje de los resultados de las medidas (M).

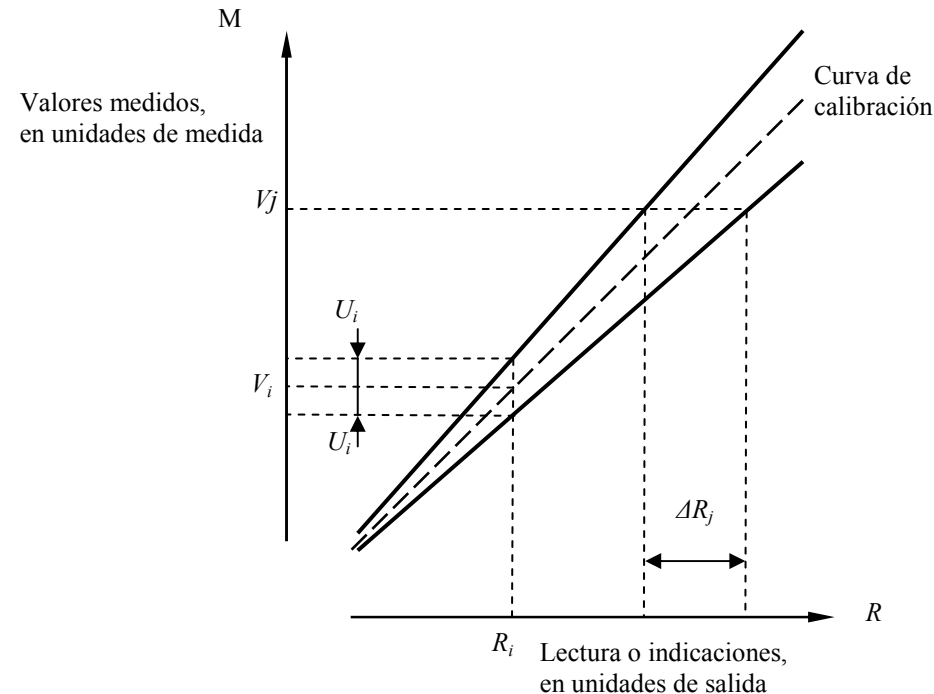


Figura 1.4. Diagrama de calibración de un instrumento de medida típico.

Curva de calibración es la curva que une los puntos medios de los intervalos que representan el resultado de la medida, y da la relación entre la indicación (lectura) de un instrumento y el valor indicado del mensurando.

Constante del instrumento, es la pendiente de la curva de calibración cuando ésta es una línea recta que pasa por cero.

Se denomina sensibilidad del instrumento ($S = \Delta R / \Delta V$), al cociente entre el cambio en la indicación y el correspondiente cambio en el valor del mensurando.

Magnitudes de influencia son aquellas magnitudes que no son objeto de la medida pero cuyas variaciones afectan al diagrama de calibración. Pueden surgir en el sistema de medida, en el propio instrumento o en el entorno (temperatura, humedad, presión atmosférica, factores mecánicos -posición, vibraciones-, factores eléctricos -tensión y frecuencia de red, campos electromagnéticos).

Se denomina coeficiente de influencia al cociente entre una variación debida a una magnitud de influencia y el cambio de esa magnitud de influencia.

Se denomina variación (debida a una magnitud de influencia) a la diferencia entre los valores indicados para el mismo valor del mensurando cuando una magnitud de influencia toma sucesivamente dos valores diferentes.

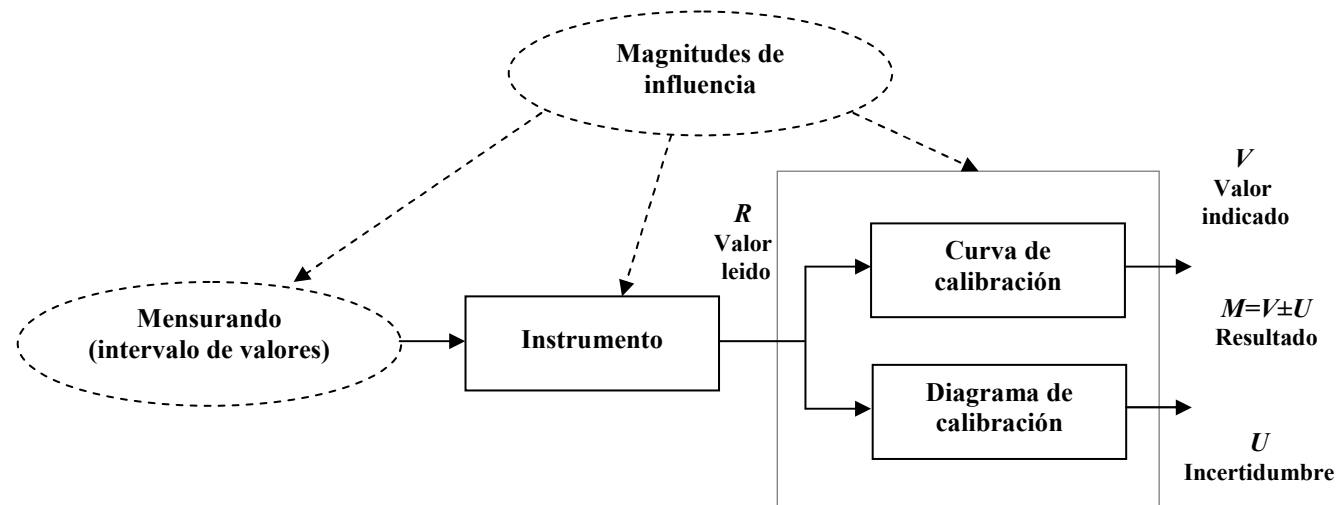


Figura 1.5. Obtención del resultado de una medida a partir de la indicación del instrumento en una medida directa única. Las magnitudes de influencia pueden proceder del entorno y también del propio instrumento y del sistema medido.

La **verificación de calibración** es el conjunto de operaciones utilizadas para verificar si las indicaciones de un instrumento, bajo condiciones especificadas, se corresponden con un conjunto dado de mensurandos conocidos, dentro de los límites del diagrama de calibración.

Se denomina **desviación** a la diferencia entre la indicación de un instrumento durante su verificación y la indicación del instrumento de referencia.

El **ajuste del instrumento** es el conjunto de operaciones realizadas sobre un instrumento para que suministre indicaciones dadas que correspondan a valores dados del mensurando.

Se habla de **ajuste del cero (offset)** si una indicación nula del instrumento deber corresponder a un valor nulo del mensurando.

Tabla 1.1 Diferencias entre la calibración y la verificación de calibración de un instrumento.

Operación	Diferencia entre valores indicados	Acción
Calibración	Variación	Corrección (en la indicación)
Verificación de calibración	Desviación	Ajuste (del instrumento)

Incertidumbre instrumental absoluta del instrumento: la mitad de la longitud del segmento definido por la intersección del diagrama de calibración con las paralelas al eje M .

Incertidumbre instrumental intrínseca: si el instrumento se utiliza en las denominadas condiciones de referencia para las magnitudes de influencia.

Incertidumbre instrumental de funcionamiento: es la incertidumbre instrumental en las condiciones de funcionamiento asignadas. El diagrama de calibración en las condiciones de funcionamiento será siempre más ancho que en las condiciones de referencia.

El **campo (o rango) de medida** es el segmento del eje de valores medidos (M) para el que está definida la curva de calibración o, si se prefiere, el conjunto de valores del mensurando para el cual se especifican los límites de incertidumbre del instrumento.

Capacidad mínima y máxima (span o alcance) son los límites inferior y superior del campo de medida, respectivamente.

El **intervalo de medida** es la diferencia algebraica entre los valores del límite superior e inferior del rango de medida.

1.5.1. Especificación de las características metrológicas y de funcionamiento de los instrumentos de medida.

Las características metrológicas de un instrumento de medida son los datos concernientes a las relaciones entre sus lecturas y las medidas de las magnitudes que interaccionan con él.

Las características de funcionamiento, o prestaciones son las características de un instrumento de medida que definen su capacidad para cumplir las funciones deseadas.

La estabilidad es la capacidad de un instrumento de medida para mantener sus características de funcionamiento sin modificación durante un intervalo de tiempo especificado, sin variar las otras condiciones.

Una deriva es un cambio (generalmente lento y continuo) en la indicación de un instrumento de medida, no necesariamente en la misma dirección, y no relacionado con un cambio en el mensurando.

Las características metrológicas y de funcionamiento, u otros datos, pueden expresarse de tres formas distintas:

- En la forma absoluta se da el valor del dato tal cual (no debe confundirse con el valor absoluto de un dato).
- La forma relativa es la expresión mediante la relación (cociente) con el valor medido de la magnitud considerada.
- La forma fiduciaria es la expresión mediante la relación con un valor convencionalmente elegido de la magnitud considerada.

En condiciones de funcionamiento distintas de las de referencia, cabe esperar que el diagrama de calibración cambie de anchura o se desplace en el plano M - R , o ambas cosas a la vez. Las condiciones de funcionamiento cuando una magnitud de influencia está fuera del rango de referencia, se pueden especificar de dos formas:

- dando un valor asignado o un conjunto de valores asignados para la magnitud de influencia, definido con un rango aproximadamente tan ancho como el rango de referencia. En este caso se espera que el usuario conozca el valor de la magnitud de influencia (dentro de una incertidumbre dada) y el diagrama de calibración se puede desplazar en el plano M - R creando una nueva curva de calibración. Esta nueva curva se puede determinar mediante la variación, y la incertidumbre del resultado se determina por la anchura del nuevo diagrama de calibración.
- dando un rango de funcionamiento asignado para la magnitud de influencia que incluye el rango de referencia. En este caso se espera que el usuario conozca sólo que el valor de la magnitud de influencia se encuentra dentro del rango de funcionamiento especificado. El diagrama de calibración se puede construir como envolvente de los diagramas de calibración correspondientes a los valores asignados de la magnitud de influencia en todo el rango de funcionamiento especificado. El límite del nuevo diagrama de calibración está determinado por los límites exteriores de los diagramas correspondientes a las dos condiciones de funcionamiento extremas. Ahora la variación forma parte de la determinación de la incertidumbre.

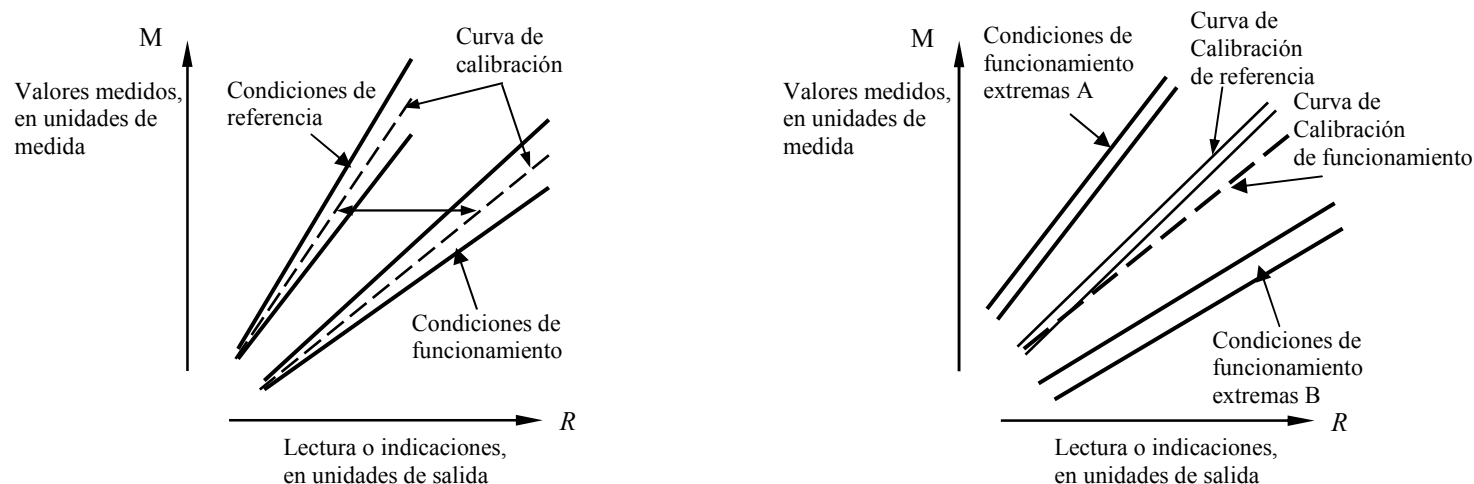


Figura 1.6. Diagrama de calibración en las condiciones de funcionamiento cuando una magnitud de influencia está fuera de su rango de referencia.

En algunos casos, el límite de la incertidumbre se puede expresar como la suma de un término relativo y de otro término absoluto o fiduciario,

$$\begin{aligned} U &= a \cdot R + A \\ U &= a \cdot R + b \cdot V \end{aligned} \quad (1.2)$$

Dependiendo de cómo sea el límite de la incertidumbre y de cómo sea la curva de calibración (una recta, recta que pasa por el origen, una curva) los límites de la incertidumbre en el diagrama de calibración están sobre rectas/curvas paralelas/divergentes a la curva de calibración.

El tiempo debe ser considerado como una magnitud de influencia por partida doble: las características de funcionamiento pueden tener una deriva, que debe ser especificada de alguna forma, y el diagrama de calibración es válido sólo durante un periodo de tiempo después de la última verificación de calibración.

Se dice que un instrumento pertenece a una clase de precisión cuando cumple un conjunto de especificaciones relativas a la incertidumbre, incluido un límite de la incertidumbre. El límite de la incertidumbre que define una clase de precisión se indica como un intervalo con un factor de cobertura de 2. El número o símbolo convencionales con los que se designa una clase de precisión se denomina índice de clase. Un instrumento puede tener asignadas distintas clases de precisión según cuales sean las condiciones de funcionamiento.

Para facilitar la especificación de las magnitudes de influencia, se definen unos grupos de utilización generales, que pueden ampliarse para instrumentos de medida concretos. Para cada instrumento hay que especificar el grupo de utilización permitido. El grupo I es para utilización en interior, en los laboratorios y en las industrias. El grupo II es para utilización en ambientes que tengan protección de las condiciones ambientales extremas y donde las condiciones de manipulación se sitúan entre las de los grupos I y III. El grupo III es para utilización en exterior y en áreas donde los instrumentos pueden estar sometidos a manipulaciones rudas.

1.6. Incertidumbre en las medidas

1.6.1. Exactitud y precisión, error sistemático y error aleatorio.

La **exactitud** de un instrumento de medida es el grado de concordancia entre su resultado y el valor de la magnitud medida.

El **verdadero valor o valor real**, es el valor, de la magnitud que se obtendría al medirla con un instrumento perfecto. Dado que ningún instrumento es perfecto, el valor de una magnitud es un valor indeterminado, y se substituye por el denominado ***valor (convencionalmente) verdadero***, que es el obtenido al medir la magnitud con un método o instrumento de referencia; por ello se denomina también **valor de referencia**.

La exactitud exige dos cualidades: veracidad y precisión.

- La **veracidad** es el grado de concordancia existente entre el valor medio obtenido de una gran serie de resultados de medida y el valor verdadero o el aceptado como referencia. La veracidad se cuantifica mediante el ***sesgo***:

$$\text{Error de veracidad (sesgo)} = E(x) - \text{Valor verdadero} \quad (1.3)$$

- La ***precisión*** es el grado de concordancia entre resultados de medida independientes obtenidos en las condiciones estipuladas.

Hay dos tipos de condiciones extremas: las condiciones de repetibilidad y las condiciones de reproducibilidad.

- ✓ **Las *condiciones de repetibilidad* corresponden a la situación en la que todos los factores que en principio pueden influir en el resultado de la medida se fijan en un nivel o valor determinado.**
- ✓ **Las *condiciones de reproducibilidad* corresponden a la situación en la que todos los factores que en principio pueden influir en el resultado de la medida se dejan libres.**

Tanto la repetibilidad como la reproducibilidad pueden expresarse cuantitativamente por medio de las características de dispersión de los resultados.

La precisión se cuantifica mediante una variancia de precisión, o la desviación típica de precisión, a partir de la cual se calcula un límite de precisión, que es un valor numérico que representa la diferencia máxima probable, con un nivel de probabilidad dado, entre dos resultados de medida obtenidos en las condiciones de precisión especificadas. Normalmente se considera un nivel de probabilidad de 0,95.

La exactitud es un concepto meramente cualitativo pues no existe una expresión numérica global de la exactitud definida a partir de la cuantificación de sus dos componentes: veracidad y precisión. Simplemente, un instrumento es tanto más exacto cuanto menores sean su sesgo y su límite de precisión.

La calidad de un resultado se cuantifica mediante dos valores: error sistemático e incertidumbre.

Tabla 1.2. Conceptos relativos a la calidad de un instrumento y a la calidad de un resultado.

Instrumento	Resultado
Veracidad (sesgo)	Error sistemático
Precisión	Incertidumbre
Desviación típica de precisión	Incertidumbre típica

El error o error absoluto de una medida es la diferencia entre el resultado y el valor de la magnitud. Dado que este último es indeterminado, se substituye por el valor convencionalmente verdadero,

$$\text{Error absoluto} = \text{Valor obtenido} - \text{Valor verdadero} \quad (1.4)$$

El error absoluto tiene las mismas unidades que la magnitud medida. Algunas veces el error absoluto se expresa de forma fiduciaria como porcentaje respecto a un valor de referencia, por ejemplo el valor máximo que se puede medir en aquella escala (valor de fondo de escala o alcance). Se habla entonces de *error absoluto referido al fondo de escala*.

El error relativo es el cociente entre el error absoluto y el valor de la magnitud, que por ser indeterminado se substituye por el valor convencionalmente verdadero,

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor verdadero}} \quad (1.5)$$

El error de una medida siempre se puede descomponer en un error sistemático y un error aleatorio,

$$\text{Error} = \text{Error sistemático} + \text{Error aleatorio} \quad (1.6)$$

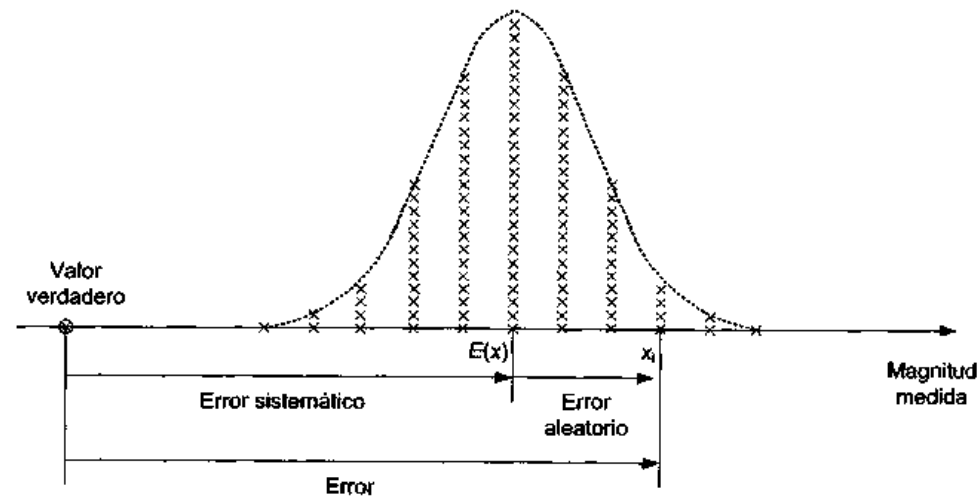


Figura 1.7. Error sistemático y error aleatorio. Cada cruz representa un valor medido.

La calibración es el proceso de corregir los errores sistemáticos la lectura del instrumento con la que ofrece un instrumento de referencia o patrón.

El error aleatorio (o *fortuito*) proviene de variaciones temporales y espaciales impredecibles de los factores de influencia.

Por sus propias definiciones, que implican el valor verdadero, que es desconocido, o un número infinito de medidas, ni los errores sistemáticos ni los errores aleatorios se pueden determinar exactamente; sólo se pueden estimar.

Parámetros asociados a los errores son:

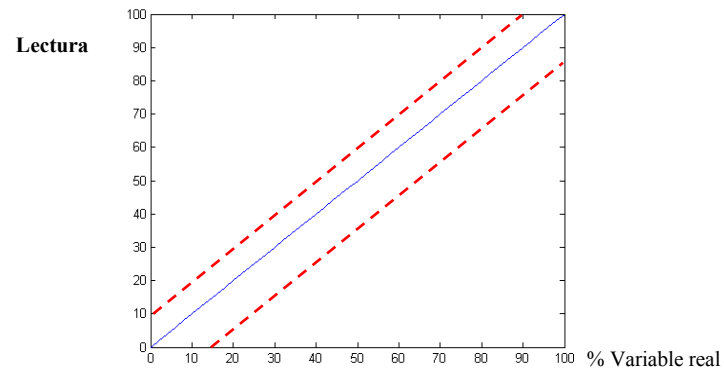


Figura 1.8. Error de cero.

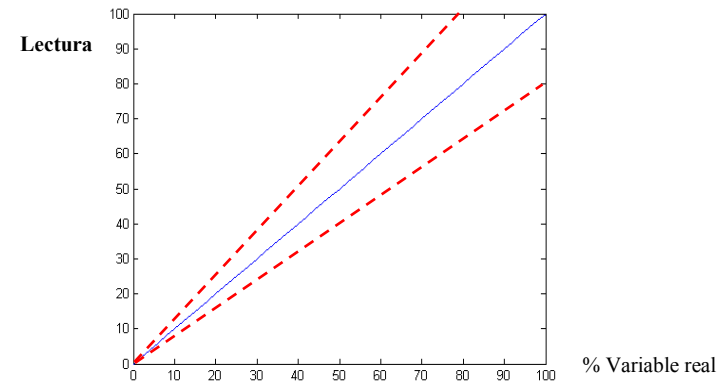


Figura 1.9. Error de multiplicación

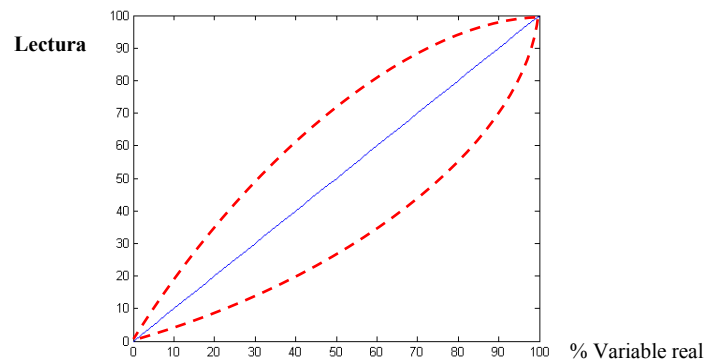


Figura 1.10. Error de angularidad

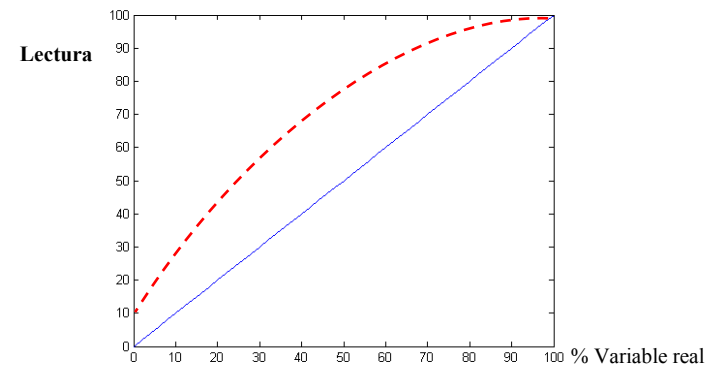


Figura 1.11. Relación “medida real”-lectura en un instrumento descalibrado.

1.6.2. Estimación de la incertidumbre.

El resultado de una medida es el conjunto de valores atribuidos a un mensurando M y comprende un valor (V), la incertidumbre correspondiente (U) y la unidad de medida ($[M]$). La incertidumbre de medida U es una consecuencia de la incertidumbre intrínseca del mensurando, debida a las limitaciones de su descripción, de la incertidumbre instrumental, descrita mediante el diagrama de calibración en las condiciones de funcionamiento, y de las magnitudes de influencia.

Tabla 1.3. Comparación entre el enfoque actual basado en la incertidumbre y el enfoque tradicional para evaluar los resultados de una medida. Los términos de las columnas dos y tres que estén en la misma fila, no son ni equivalentes ni correspondientes.

	Enfoque actual: incertidumbre	Enfoque tradicional: valor verdadero y error
<i>Mensurando</i>	Intervalo de valores Incertidumbre intrínseca	Valor verdadero Valor verdadero convencional
<i>Instrumento</i>	Incertidumbre instrumental absoluta Límites de incertidumbre Clase de precisión	Veracidad Precisión Límites de error Clase de precisión
<i>Calibración Verificación de calibración</i>	Diagrama de calibración Variación Correcciones del valor indicado Desviación Ajuste	Marcado de escala, tarado Calibración Correcciones para la lectura
<i>Medición</i>	Incertidumbre instrumental intrínseca Incertidumbre instrumental de funcionamiento Condiciones de funcionamiento Corrección	Error sistemático: corrección Error aleatorio: repeticiones
<i>Resultado</i>	Intervalo de valores que pueden ser atribuidos al mensurando: valor medido (V) e incertidumbre (U)	Intervalo de valores que contenga al valor verdadero, después de corregir los errores sistemáticos conocidos: “resultado” e incertidumbre

1.6.2.1. Estimación de la incertidumbre de la medida en una medida directa única

En una medida directa única, el valor indicado se toma como valor medido (V) y el límite de la incertidumbre del diagrama de calibración en las condiciones de funcionamiento es la incertidumbre de medida (U).

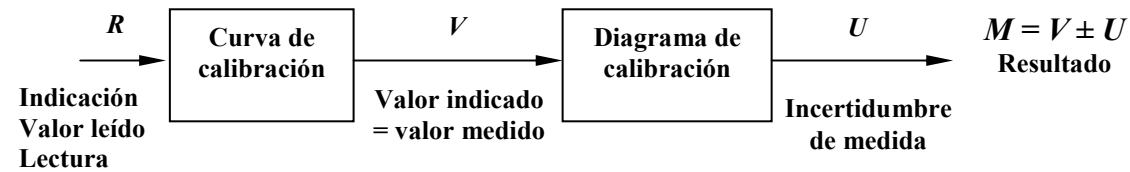


Figura 1.12. Obtención del resultado en una medida directa única.

1.6.2.2. Estimación de la incertidumbre de la medida en medidas indirectas y por observaciones repetidas.

Para obtener el valor indicado y la incertidumbre de cada medida directa a partir del valor leído, se procede como en una medida directa única.

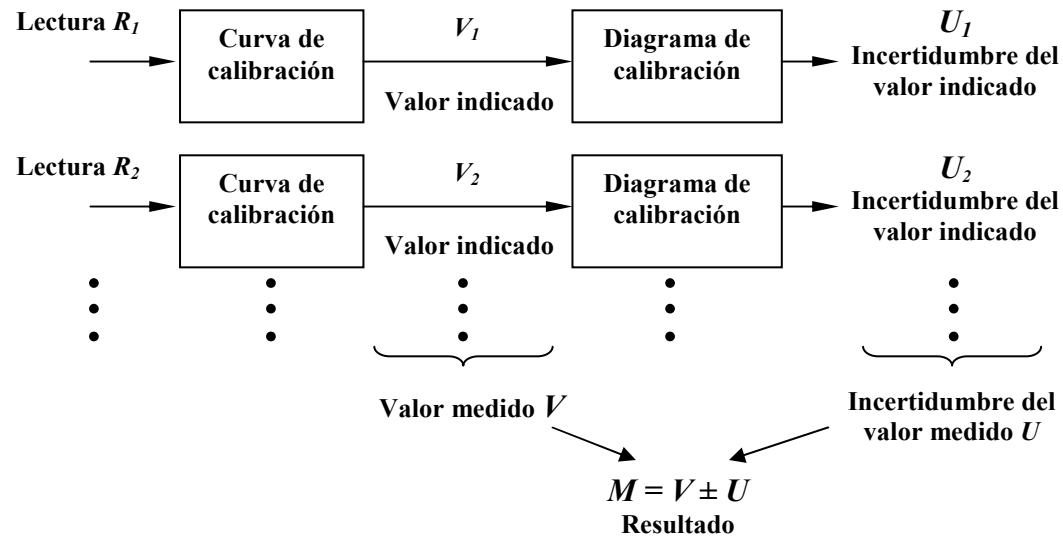


Figura 1.13. Obtención del resultado en una medida indirecta o en una medida por observaciones repetidas.

El procedimiento para obtener el resultado final (valor de medida V e incertidumbre U), depende de si se trata de una medida indirecta o de una medida por observaciones repetidas.

Medida indirecta:

En una medida indirecta, la magnitud de interés Y está relacionada funcionalmente con otras N magnitudes X_i que se miden directamente,

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (1.7)$$

El resultado de cada medida directa es un intervalo $[x_i - U_i, x_i + U_i]$. El valor medido para la medida indirecta es

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (1.8)$$

La incertidumbre de medida U se calcula con un método que depende de la relación que haya entre las X_i . Si las X_i son independientes unas de otras, se estima U^2 mediante la denominada *ley de propagación de la incertidumbre*,

$$U^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 U^2(x_i) \quad (1.9)$$

donde f es la función dada en (1.8) y las derivadas parciales son los *coeficientes de sensibilidad*,

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \bigg|_{X_i = x_i} \quad (1.10)$$

y cuantifican el cambio en y_i (Δy_i) debido a un cambio pequeño en x_i (Δx_i). Al elevar al cuadrado los coeficientes de sensibilidad, todas las incertidumbres se suman, incluso las de aquellas magnitudes con sensibilidad negativa.

Si las medidas de las X_i no son independientes sino que están correlacionadas, la ley de propagación de incertidumbres no es válida. Si las x_i están totalmente correlacionadas, por ejemplo, si cada $U(x_i)$ se debe principalmente a un factor común a todas las medidas directas, la incertidumbre del resultado final es

$$U(y) = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| U(x_i) \quad (1.11)$$

Esta incertidumbre es mayor que la obtenida cuando las medidas directas son independientes.

Si la correlación entre las medidas de las X_i no es total, el análisis es bastante más complejo, y la incertidumbre en el resultado final es un valor intermedio entre los obtenidos mediante (1.9) y (1.11).

Medida por observaciones repetidas:

En el caso de medida por observaciones repetidas, el valor del mensurando se asigna por análisis estadístico de la distribución de los valores indicados en sucesivas observaciones repetidas en las mismas condiciones nominalmente iguales. En principio, si se mide una misma magnitud repetidas veces, la compatibilidad de los sucesivos resultados de medida se determina mediante el solapamiento de sus intervalos. Puede suceder, sin embargo, que la incertidumbre instrumental sea demasiado pequeña para asegurar la compatibilidad de los resultados de las medidas. Esta situación se puede dar en dos casos muy distintos:

a) el mensurando es una magnitud con fluctuaciones estadísticas intrínsecas que se describe con sus parámetros estadísticos. Los parámetros básicos son la media y la variancia (o su raíz cuadrada positiva, denominada desviación típica).

En este caso, si se desea conocer el valor medio de la magnitud X ($\mu_x = E[X]$, esperanza matemática de X) a partir de N lecturas $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, que no serán coincidentes debido a las fluctuaciones de X , la mejor estimación del valor de μ_x es el promedio (media aritmética) de las N observaciones,

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (1.12)$$

y se toma como valor medido ($V = \bar{x}$). Dado que cada conjunto de N lecturas que se tomase tendría un promedio distinto, hay una incertidumbre U en el valor medido $\bar{x}$ (que no se debe confundir con la incertidumbre en el valor que toma X en cada instante debido a sus fluctuaciones). Si N es grande ($N > 30$), la distribución estadística de dichos promedios sigue una ley gaussiana, con independencia de cuál sea la distribución estadística de X . Para estimar U , se puede aplicar a (1.12) la ley de propagación de la incertidumbre en medidas indirectas (1.9), pues la primera lectura es independiente de la segunda, y ésta lo es de la tercera, etc., dado que las lecturas son los sucesivos valores de X , que fluctúan intrínsecamente. Si la variancia de X es $\sigma^2(x)$, aplicando (1.9) a (1.12), se obtiene que la variancia de la magnitud que se desea medir (μ_x) es

$$u^2(\bar{x}) = \frac{\sigma^2(x)}{N} \quad (1.13)$$

La desviación típica será

$$u(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}} \quad (1.14)$$

Normalmente $\sigma^2(x)$ es desconocida, pero se puede estimar a partir de las N lecturas, mediante la *variancia experimental de las lecturas*,

$$s^2(x) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (1.15)$$

Su raíz cuadrada positiva es la *desviación típica de las lecturas*. La desviación típica de la media $\bar{x}$ es entonces

$$u(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{N}} \quad (1.16)$$

Finalmente, para calcular U se multiplica la desviación típica por un factor de cobertura k que depende del nivel de confianza que se desee para el intervalo resultante. Dado que la distribución de las medias $\bar{x}$ es gaussiana, para tener un nivel de confianza del 95 % se toma $k = 2$ (o $k = 1,96$ para ser más rigurosos). Si $N < 30$, la distribución de las medias no es gaussiana y k depende de N . Por ejemplo: si $N=2$, $k = 12,7$; si $N = 5$, $k = 2,78$; si $N = 10$, $k = 2,26$. El resultado de medir μ_x será, pues,

$$\mu_x = \bar{x} \pm k \cdot u(\bar{x}) = \bar{x} \pm U(\bar{x}) \quad (1.17)$$

b) el ruido asociado a la transmisión de las señales afecta al valor leído tanto o más que las condiciones de funcionamiento empleadas en la calibración.

En este caso, hay que separar el ruido de la información sobre el mensurando, mediante un análisis estadístico sobre un conjunto de valores leídos.

Hay una situación en la que se puede obtener una estimación aceptable de la incertidumbre de forma rápida: la medida por observaciones repetidas efectuadas con el mismo instrumento. Si se realizan N observaciones, en idénticas condiciones, de un mensurando que tiene una incertidumbre intrínseca despreciable, se obtendrán N resultados: N valores medidos V_i ($V_i = R_i$, la lectura respectiva) y una incertidumbre U_i en cada resultado (que será igual para todos ellos: la incertidumbre instrumental). Si hay un factor que hace fluctuar las lecturas, las V_i serán distintas (figura 1.14). Si se toma como valor medido final el promedio de las lecturas (1.12) ($V = \bar{V}$), se sabe que en este promedio hay una incertidumbre que se puede calcular mediante (1.16). La incertidumbre de medida U , que forma parte de la expresión del resultado ($M = V \pm U$), tiene entonces dos componentes: la incertidumbre debida al valor medido ($\bar{V}$) y la incertidumbre debida al instrumento.

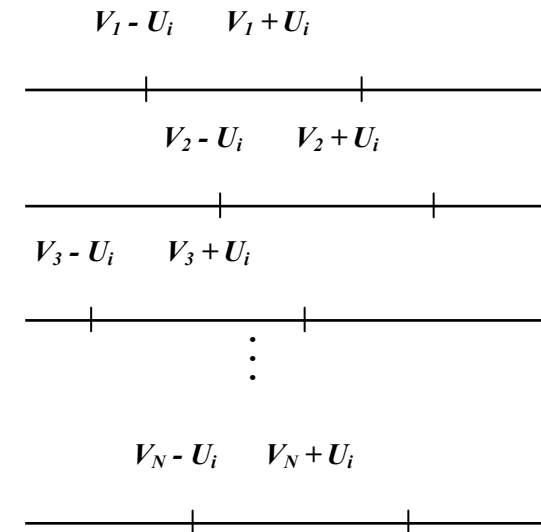


Figura 1.14. Resultados parciales en una medida por observaciones repetidas con el mismo instrumento.

Para calcular la incertidumbre total, se puede emplear el siguiente método. Expresemos V como suma de dos términos,

$$V = \bar{V} + \Delta\bar{V} \quad (1.18)$$

donde $\bar{V}$ tiene una incertidumbre que se puede calcular con (1.16) y el factor k adecuado, y $\Delta\bar{V}$ es una “corrección” cuyo valor medio es cero y cuya incertidumbre es U_i (el límite de la incertidumbre instrumental en las condiciones de funcionamiento).

Aplicando la ley de propagación de las incertidumbres, pues $\bar{V}$ y $\Delta\bar{V}$ son independientes, resulta

$$U^2 = U^2(\bar{V}) + U^2(\Delta\bar{V}) \quad (1.19)$$

Este caso muestra la importancia de la información a priori: si sólo se dispusiera del conjunto de lecturas V_i , sin conocer su procedencia, la incertidumbre de medida sería la de su promedio. Si se sabe además que proceden de un instrumento cuya incertidumbre instrumental es conocida, se puede tener ésta en cuenta para estimar mejor la incertidumbre del resultado, aunque el valor medido será el mismo.

1.7. Características dinámicas y régimen transitorio de un sistema de instrumentación.

Si la señal de entrada, $x(t)$, fuera variable en el tiempo, debido a los elementos almacenadores de energía (inercias, capacidades, etc.) la respuesta del sistema de medida, $y(t)$, es distinta a la que presentaría si la entrada fuera constante como en los sistemas estáticos.

El comportamiento del sistema de medida está descrito mediante las características dinámicas: error dinámico y velocidad de respuesta (retardo). El error dinámico se obtiene aplicando la siguiente condición:

$$e_d = y(t) - k \cdot x(t) \Big|_{t \rightarrow \infty} \quad (1.20)$$

A su vez, el retardo del sistema se obtiene calculado el desfase entre la entrada y la salida.

Analizamos a continuación dos casos de sistemas de medida según su orden.

a. Sistema de medida de orden cero.

$$\begin{aligned} y(t) &= k \cdot x(t) \\ Y(s) &= k \cdot X(s) \end{aligned} \quad (1.21)$$

k es la sensibilidad estática, es la pendiente de la curva de calibración, se mantiene constante e independiente de la frecuencia.

Podemos comprobar fácilmente que el error dinámico es nulo y que el retardo es también nulo.

b. Sistema de medida de primer orden.

Estos sistemas están definidos por las relaciones (1.22), en el campo temporal y frecuencial, respectivamente. Es fácil pasar de una a otra forma.

$$\begin{aligned} a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) &= x(t) \\ \frac{Y(s)}{X(s)} &= \frac{k}{\tau s + 1} \end{aligned} \quad (1.22)$$

$k = \frac{1}{a_0}$ es la sensibilidad estática y $\tau = \frac{a_1}{a_0}$ es la constante de tiempo del sistema, $\omega_0 = \frac{1}{\tau}$ es la frecuencia propia del sistema.

A continuación se analizan las características transitorias de este sistema en función del tipo de entrada: escalón unidad, rampa lineal y señal senoidal.

b.1. La entrada es una señal escalón $x(t)=u(t)$, o también definida por $U(s)=1/s$ en el plano s .

En este caso, la salida del sistema de instrumentación, en función del tiempo, es

$$y(t) = k \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \quad (1.23)$$

Si representamos la salida normalizada, es decir, representamos relación $y(t)/k$ en función del tiempo, obtenemos la figura 1.15. Observamos que cuando t es igual a la constante del sistema, τ , la señal de salida normalizada alcanza el 63,2% de su valor final.

El error dinámico, en el caso de una señal de entrada escalón, se obtiene aplicando la condición (1.20).

$$e_d = y(t) - k \cdot x(t) \Big|_{t \rightarrow \infty} = k \left(1 - e^{-t/\tau} \right) - k \cdot x(t) \Big|_{t \rightarrow \infty} = k \cdot (1 - 0) - k \cdot 1 = 0$$

Y el retardo es igual a τ .

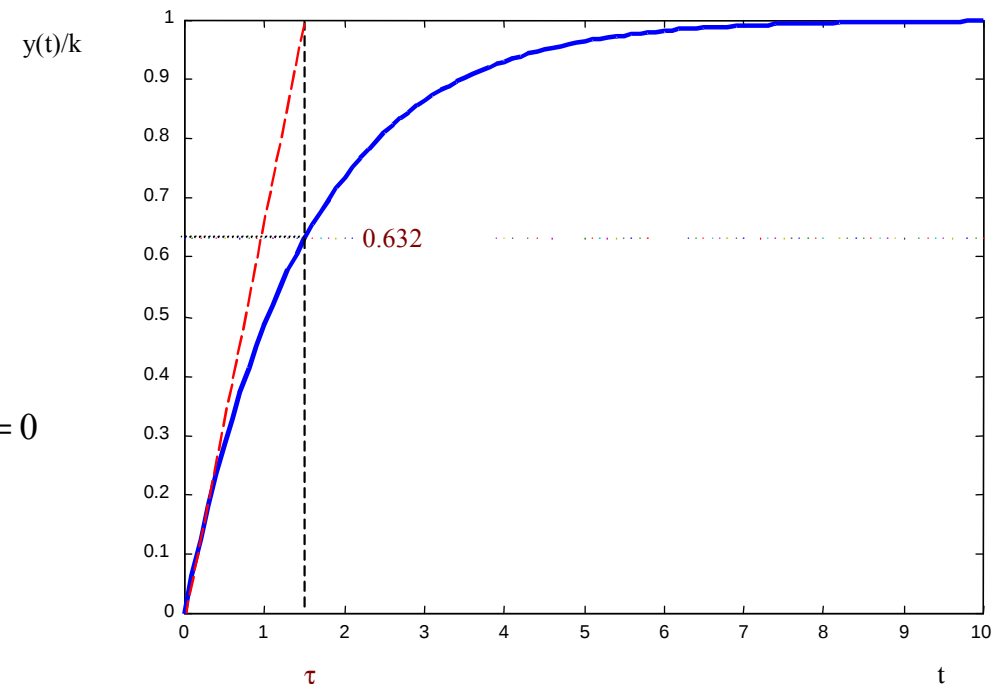


Figura 1.15. Respuesta de un sistema de primer orden ante una señal escalón.

b.2. La entrada es una señal rampa $x(t) = R \cdot t$.

se puede demostrar que la respuesta del sistema está dada por la ecuación (1.24). En la figura (1.16) se representa su respuesta temporal.

$$y(t) = R k t + R k \tau \left(e^{-t/\tau} - 1 \right) \quad (1.24)$$

El error dinámico, en el caso de una señal de entrada rampa, se obtiene aplicando la condición (1.20).

$$e_d = y(t) - k \cdot x(t) \Big|_{t \rightarrow \infty} = R \cdot k \cdot t + R \cdot k \cdot \tau \cdot \left(e^{-t/\tau} - 1 \right) - k \cdot R \cdot t \Big|_{t \rightarrow \infty} = +R \cdot k \cdot t \cdot (0 - 1) = -R \cdot k \cdot \tau$$

Y el retardo es igual a τ .

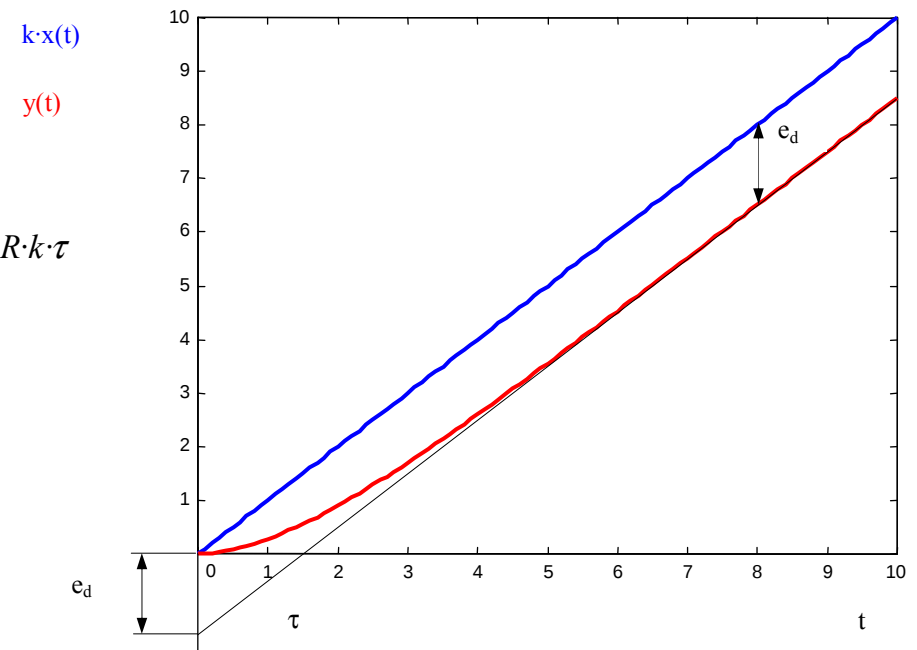


Figura 1.16. Respuesta ante una señal rampa, sistema de primer orden.

b.3. La entrada es senoidal $x(t)=A\sin(\omega t+\varphi)$

También se puede obtener la salida en función del tiempo, ecuación (1.25).

$$y(t) = \frac{k A \tau \omega e^{-t/\tau}}{1 + \tau^2 \omega^2} + \frac{k A}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}} \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.25)$$

Pero también podemos analizar este sistema en el campo frecuencial. A partir de la expresión segunda de (1.22), se obtiene

$$\left| \frac{Y(s)}{kX(s)} \right| = \frac{1}{\sqrt{\tau^2 \cdot s^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + 1}} \quad (1.26)$$

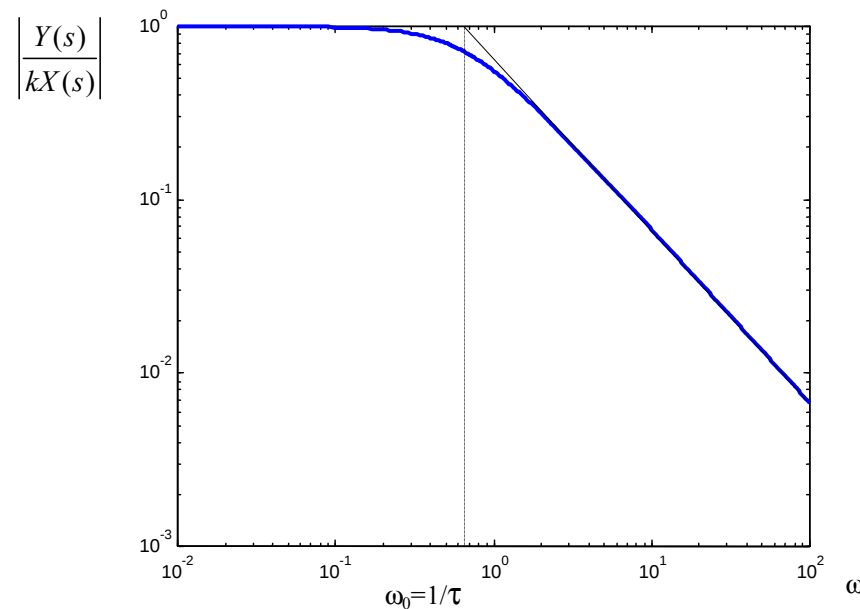


Figura 1.17. Respuesta ante una señal senoidal, sistema de primer orden.

Nótese cómo a la frecuencia propia del sistema, $\omega = \omega_0 = 1/\tau$, se tiene que $\left| \frac{Y(s)}{kX(s)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Para obtener el comportamiento del sistema de primer orden con una entrada de señal senoidal no se aplica la condición (1.20) puesto que depende de la frecuencia ω de la señal, sino directamente de la expresión (1.26) siendo entonces el error dinámico de una señal con una frecuencia ω igual a $e_d = 1 - 1/\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}$.

Igualmente el retardo se obtiene calculando el desfase entre la entrada y la salida para señales senoidales, utilizando también la expresión (1.26). El retardo, en segundos, es igual a:

$$\text{Retardo} = \frac{\text{tg}^{-1}(\omega\tau)}{\omega} \quad [s] \quad (1.27)$$

Actividades

Actividad 1.

Realizar una lectura rápida del Tema, marcando todos los conceptos y definiciones. Hacer un resumen propio.

Apuntar en una hoja aquéllos conceptos que no hayan quedado claros.

Actividad 2.

Leer los ejemplos desarrollados en el Tema. Intentar si con estos ejemplos se resuelven las dudas anteriores.

Apuntar en una hoja aquéllos conceptos que no hayan quedado todavía claros para consultarlos en la tutoría.

Actividad 3.

Obtener las ecuaciones (1.13), (1.22) y (1.27). Observación: Para la expresión (1.22) puede servir de ayuda el ejercicio resuelto 1.

Actividad 4.

Intentar resolver los ejercicios resueltos 2 al 8. Comprobar las soluciones y, en caso de no coincidir, volver a leer el Tema y/o leer la forma de resolución.

Actividad 5.

Preparar el examen: Estudiar el Tema; hacer los ejercicios propuestos 1 al 5. Hacer todos los problemas de convocatorias anteriores (<http://wsdetcp.upct.es/Personal/Vgarceran3/examenes.html>).

Apuntar en una hoja aquéllos problemas que no se hayan podido resolver para consultarlos en la tutoría.