150 PROBLEMAS DE TEORIA DE CIRCUITOS

EXÁMENES RESUELTOS Y PROBLEMAS ADICIONALES.

César Fernández Peris
M.Asunción Vicente Ripoll

INDICE

PREFACIO

El presente libro de problemas ha sido elaborado con la intención de servir de complemento a las clases recibidas. Está enfocado fundamentalmente a la asignatura 'Teoría de Circuitos y Sistemas' de segundo curso de Ingeniería Industrial, pero es también perfectamente válido para cualquier asignatura introductoria a la teoría de circuitos.

El objetivo es el estudio autónomo del alumno, y para ello el libro incluye ejercicios resueltos paso a paso, que enseñan de un modo práctico las principales técnicas y procedimientos a emplear en el análisis de circuitos de todo tipo. También se ofrece un conjunto de ejercicios propuestos que han de servir para la ejercitación de los conceptos previamente aprendidos. Como método de comprobación, en el último capítulo se ofrece el resultado correcto de todos estos ejercicios propuestos

Todos los problemas resueltos provienen de exámenes realizados en la asignatura previamente mencionada en la Universidad Miguel Hernández desde el curso 1998-1999 hasta el curso 2003-2004 y, por tanto, se ciñen completamente al temario de la asignatura.

Tanto los problemas resueltos como los problemas planteados se estructuran en los siguientes bloques temáticos:

- *Análisis de circuitos en corriente continua*. El dominio de las técnicas de análisis de circuitos en DC es fundamental para la comprensión del resto de temas que engloba la asignatura. En este apartado se presenta una amplia colección de problemas que recopilan múltiples ejemplos prácticos de todas estas técnicas de análisis: leyes de nodos y mallas, y los teoremas de Thévenin y de máxima transferencia de potencia. Antes de estudiar cualquier otro bloque temático es necesario que el alumno haya practicado con estos métodos y se maneje con soltura en el análisis DC de cualquier configuración de circuito eléctrico.

- *Análisis transitorio.* Este apartado recopila ejercicios de análisis en regimen transitorio de primer y segundo orden. En este tipo de problemas aparecen ecuaciones diferenciales lineales, siendo ésta la principal dificultad a la que se enfrentan los alumnos puesto que han de conocer previamente los métodos de resolución de ecuaciones diferenciales. Sin embargo, también es posible enfrentarse a este tipo de problemas haciendo uso del método de análisis "paso por paso", que permite resolver circuitos en regimen transitorio sin necesidad de plantear la ecuación diferencial. De esta manera, dentro de los problemas resueltos, existen soluciones realizadas mediante la reducción del circuito y el planteamiento de su ecuación diferencial y otras que siguen el método de análisis "paso por paso". Así el alumno puede entrenarse con ambas técnicas.

- *Análisis en régimen estacionario senoidal.* En este bloque temático se recogen diversos problemas relativos al análisis de circuitos en AC. Las técnicas de análisis que se utilizan son las mismas que en DC pero con la dificultad que ahora los valores de las magnitudes eléctricas pertenecen al dominio de los números complejos, complicando ligeramente la resolución de las ecuaciones del circuito. El alumno dispone de numerosos ejemplos resueltos siguiendo siempre los mismos pasos con el fin de sistematizar el análisis de los circuitos en regimen AC.

- *Resonancia.* En este apartado se presentan problemas referentes a este caso particular de análisis en frecuencia. Otros aspectos relativos a la respuesta en frecuencia de circuitos no son contemplados en esta asignatura y por tanto tampoco han sido incluidos en el presente libro de problemas.

- *Acoplamiento magnético.* Este último bloque recoge algunos ejemplos de circuitos eléctricos donde existe acoplamiento magnético. Se presentan problemas generales con bobinas acopladas magnéticamente y con el caso particular del transformador ideal.

En conjunto, esta colección de problemas pretende ser una herramienta práctica para el estudio de la asignatura de Teoría de Circuitos puesto que permite el entrenamiento del alumno con el planteamiento y resolución de diversos problemas tipo de cada bloque temático.

PROBLEMAS RESUELTOS DE EXÁMENES

cursos 1998-99 : 2003-04

TEMA 1:

ANÁLISIS DE CIRCUITOS EN DC

Febrero 1999

PROBLEMA 1:

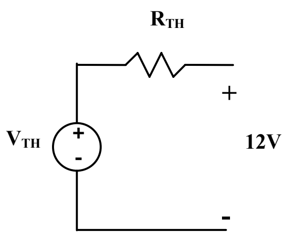
Sobre un circuito desconocido, que sólo contiene resistencias y fuentes de tensión continua hacemos los siguientes experimentos:

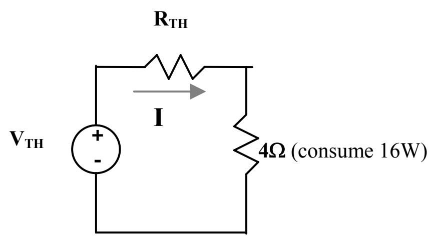
- Conectamos un voltímetro entre dos de sus terminales y observamos que hay una diferencia de tensión de 12V.
- Conectamos una resistencia de 4Ω entre esos mismos terminales y comprobamos que disipa una potencia de 16W.

¿Qué potencia disiparía una resistencia de 2Ω conectada entre los mencionados terminales? Razónese la respuesta.

SOLUCIÓN 1:

Cualquier circuito puede ser representado por su equivalente Thévenin entre ambos terminales:





Los 12V a circuito abierto se corresponden directamente con V_{TH}:

$V_{TH} = 12V$

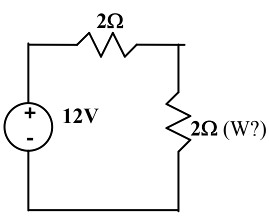
La intensidad que recorre el circuito se deduce a partir de la información de potencia:

$16W = I^2 * 4\Omega$; $\quad I^2 = 4A$; $\quad I = 2A$

Y R_{TH} se obtiene a partir de esa intensidad:

$I = V_{TH}/(R_{TH}+4\Omega)$; $\quad R_{TH} + 4\Omega = 6\Omega$; $\quad R_{TH} = 2\Omega$

Conocido el equivalente completo se puede obtener el dato pedido:



Con la resistencia de 2Ω:

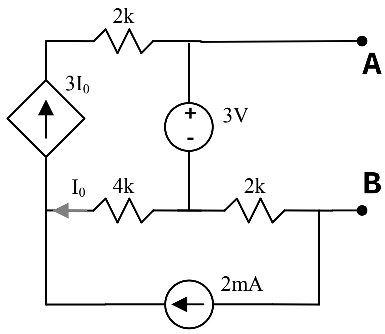
$I = 12V/4\Omega = 3A$

$\boxed{P = I^2 * 2\Omega = 18W}$

Junio 1999

PROBLEMA 2:

Sobre el circuito de la figura:



Se pide:

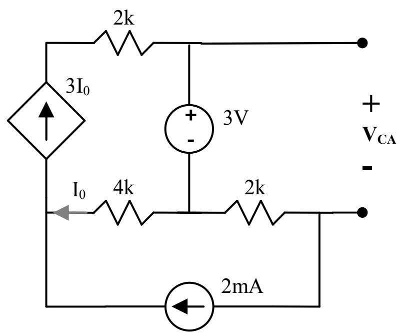
- Obtener el equivalente Thevenin del circuito entre los terminales A y B
- Sobre el circuito anterior se añade una resistencia entre los terminales A y B. ¿Qué valor debe tener esa resistencia si queremos que consuma la máxima potencia posible?

SOLUCIÓN 2:

Obtención del equivalente Thevenin:

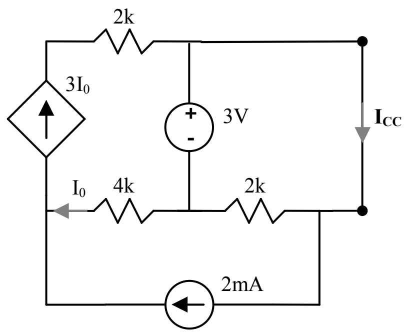
$$V_{TH} = V_{CA} \qquad I_N = I_{CC} \qquad R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N}$$

- Se calculará en primer lugar la tensión de circuito abierto V_{CA}:



Sin resolver completamente el circuito, podemos ver que V_{AB} será igual a los 3V de la fuente de tensión más la caída de tensión en la resistencia de 2k. Como por esta resistencia circulan los 2mA de la fuente de intensidad, tendremos:
$V_{CA} = 3V + 2mA*2k\Omega = 7V$

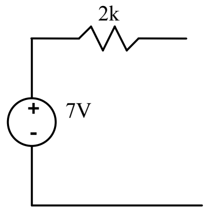
- A continuación se calculará la intensidad de cortocircuito I_{CC}:



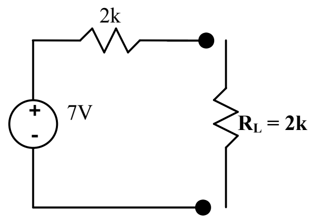
De nuevo sin resolver el circuito podemos ver que I_{CC} será igual a los 2mA de la fuente de intensidad más la intensidad que circule por la resistencia de 2k. Como esta resistencia se encuentra en paralelo con la fuente de tensión de 3V, entre sus terminales habrá 3V. Por tanto,
$I_{CC} = 2mA + 3V/2k = 3{,}5mA$

El equivalente será:

$$\boxed{\begin{aligned} &\mathbf{V_{TH}} = V_{CA} = \mathbf{7V} \\ &\mathbf{I_N} = I_{CC} = \mathbf{4.5mA} \\ &\mathbf{R_{TH}} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{7V}{3.5mA} = \mathbf{2k\Omega} \end{aligned}}$$



- Según el teorema de máxima transferencia de potencia, para lograr un consumo máximo de potencia la resistencia de carga debe tener el mismo valor que la resistencia Thevenin:

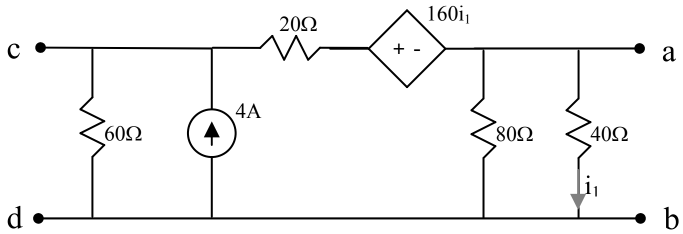


$$\boxed{\mathbf{R_L = 2k\Omega}}$$

Septiembre 1999

PROBLEMA 3:

Dado el circuito de la figura:

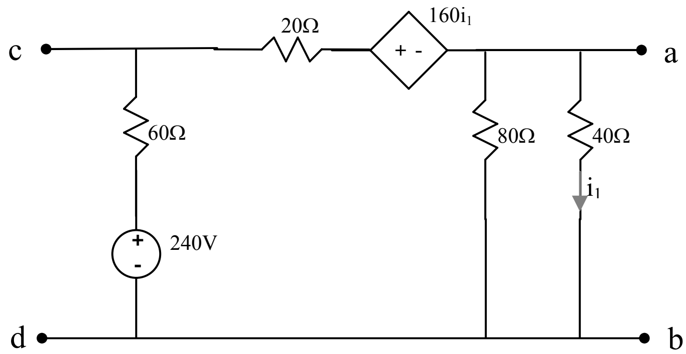


Se pide:

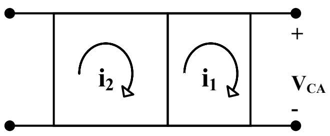
- Obtener el equivalente Thevenin del circuito entre los terminales a y b
- Obtener el equivalente Thevenin del circuito entre los terminales c y d

SOLUCIÓN 3:

Como primer paso se hace una transformación de fuente, con lo que el circuito queda:



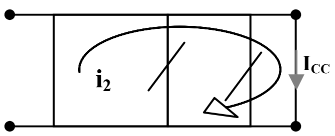
Primer equivalente Thévenin: calculamos la tensión a circuito abierto y la intensidad de cortocircuito entre a y b.



Tensión a circuito abierto:
se resuelve por mallas,

$-240 + I_2*60 + I_2*20+160*I_1+(I_2-I_1)*80=0$
$(I_1-I_2)*80+I_1*40=0$

I_2=1125mA I_1=750mA V_{CA} = 30V

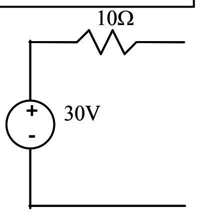


Intensidad de cortocircuito: toda la corriente circula por el cortocircuito:
$-240+I_2*60+I_2*20+160*0=0$

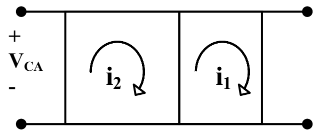
I_2=3A I_{CC} = 3A

Primer equivalente Thévenin

$V_{TH} = V_{CA} = 30V$
$R_{TH} = V_{CA}/I_{CC} = 10\Omega$



Segundo equivalente Thévenin: calculamos la tensión a circuito abierto y la intensidad de cortocircuito entre c y d.

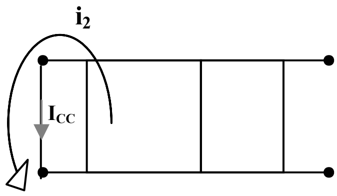


Tensión a circuito abierto: se resuelve por mallas

$-240 + I_2*60 + I_2*20+160*I_1+(I_2-I_1)*80=0$

$(I_1-I_2)*80+I_1*40=0$

I_2=1125mA
I_1=750mA
V_{CA} = 172.5V



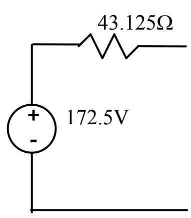
Intensidad de cortocircuito: la parte derecha del circuito no aporta corriente, nos fijamos sólo en la malla de la izquierda:

$I_2=240/60$

I_2=4A
I_{CC} = 4A

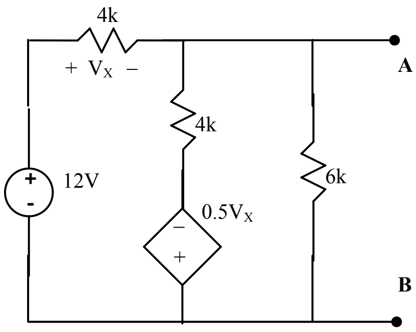
Segundo equivalente Thévenin

$V_{TH} = V_{CA} = 172.5V$
$R_{TH} = V_{CA}/I_{CC} = 43.125\Omega$



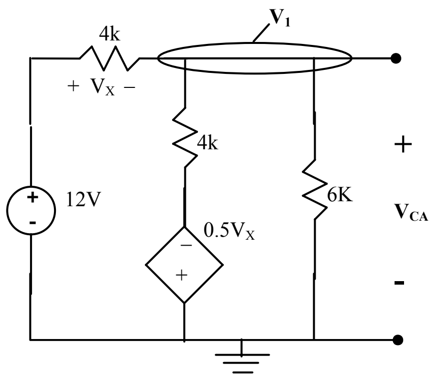
PROBLEMA 4:

Calcular el equivalente Thevenin del circuito de la figura entre los terminales A y B:



SOLUCIÓN 4:

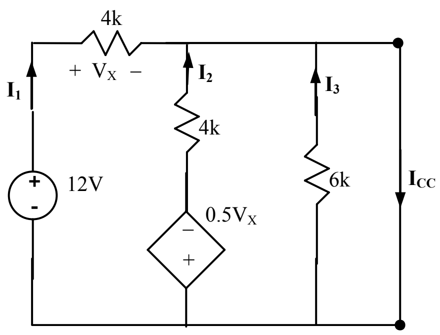
Para la obtención del equivalente Thévenin se calculan la tensión de circuito abierto y la intensidad de cortocircuito:



V_{CA}: <u>por análisis de nodos</u>

$$\left.\begin{aligned} &\frac{12-V_1}{4\cdot 10^3}+\frac{-0.5V_x-V_1}{4\cdot 10^3}+\frac{-V_1}{6\cdot 10^3}=0 \\ &V_x = 12 - V_1 \end{aligned}\right\}$$

Se obtiene $V_1 = V_{CA} = 36/13$ V



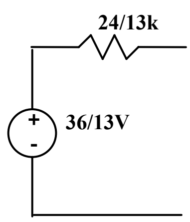
I_{CC}: <u>por análisis de nodos:</u>

$$I_{CC} = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_{CC} = \frac{12}{4\cdot 10^3}+\frac{-0.5V_X}{4\cdot 10^3}+0$$

$$V_X = 12\text{V}$$

Se obtiene $I_{CC} = 3/2$ mA



Por tanto:

$V_{TH} = V_{CA} = 36/13$ V
$R_{TH} = V_{CA}/I_{CC} = 24/13$ kΩ

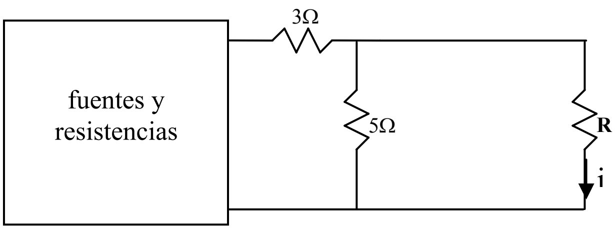
Febrero 2000

PROBLEMA 5:

En la figura, el cuadrado representa una combinación cualquiera de fuentes de tensión e intensidad y resistencias. Se conocen los siguientes datos:

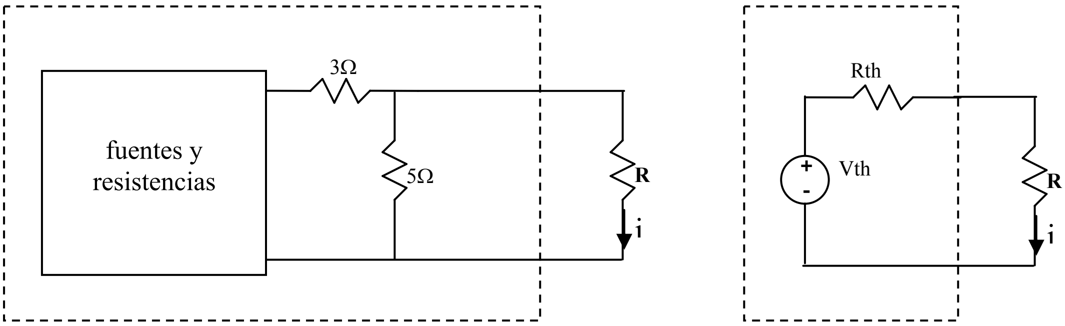
- Si la resistencia R es de 0,5Ω la intensidad i es de 5A
- Si la resistencia R es de 2,5Ω la intensidad i es de 3A

Se pide calcular el valor de la intensidad i si la resistencia R es de 5Ω



SOLUCIÓN 5:

Se sustituye el conjunto de fuentes y resistencias más las resistencias de 3Ω y 5Ω por su equivalente Thévenin:



Sobre el equivalente Thévenin se cumplirá: $i = \dfrac{V_{TH}}{R_{TH} + R}$

Con lo cual se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} 5 &= \frac{V_{TH}}{R_{TH} + 0.5} \\ 3 &= \frac{V_{TH}}{R_{TH} + 2.5} \end{aligned}\right\} \qquad \boxed{\begin{aligned} \mathbf{V_{TH}} &= \mathbf{15V} \\ \mathbf{R_{TH}} &= \mathbf{2.5\Omega} \end{aligned}}$$

Conocidos V_{TH} y R_{TH} se puede obtener el valor pedido:

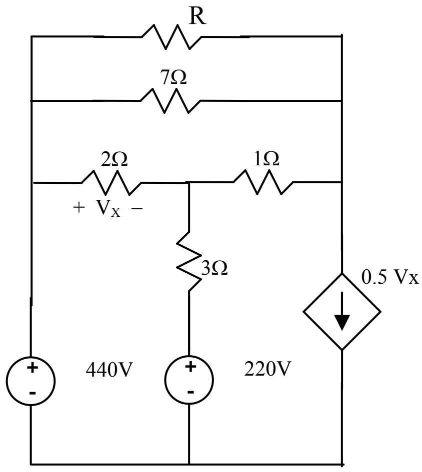
$$\boxed{\mathbf{i} = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R} = \frac{15}{2.5 + 5} = \mathbf{2A}}$$

NOTA: el problema también se puede resolver sustituyendo por su equivalente Thévenin sólo la parte correspondiente al bloque desconocido.

Junio 2000

PROBLEMA 6:

En el circuito de la figura, todos los elementos son conocidos salvo la resistencia R.



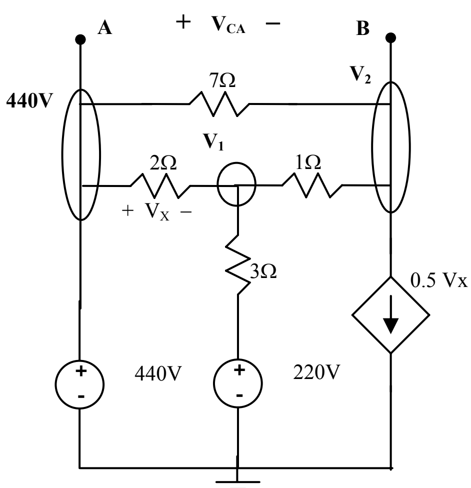
Se pide:

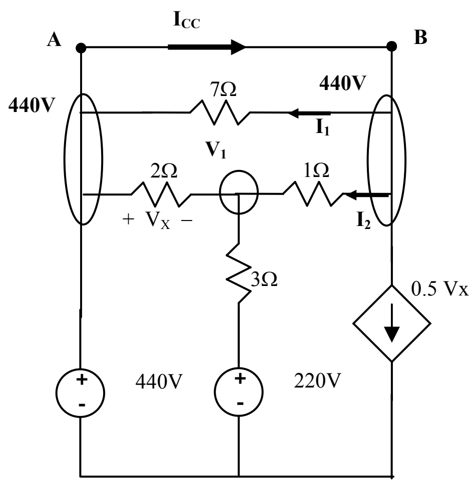
- Valor de R que hace que la potencia consumida por la resistencia sea la máxima posible.
- ¿Cuál es esa potencia?

SOLUCIÓN 6:

Se obtiene el equivalente Thévenin del circuito entre los extremos de la resistencia (terminales A y B):

<u>Tensión de circuito abierto (por nodos)</u> <u>Intensidad de cortocircuito (por nodos)</u>





Tensión de circuito abierto (por nodos)

$$1 \rightarrow \frac{V_1 - 440}{2} + \frac{V_1 - V_2}{1} + \frac{V_1 - 220}{3} = 0$$

$$2 \rightarrow \frac{V_2 - 440}{7} + \frac{V_2 - V_1}{1} + 0.5V_X = 0$$

$$V_X = 440 - V_1$$

... resolviendo ...

$$V_1 = 299.2 \quad V_2 = 255.2$$

$$V_{CA} = 440 - V_2 = 184.8V$$

Intensidad de cortocircuito (por nodos)

$$1 \rightarrow \frac{V_1 - 440}{2} + \frac{V_1 - 440}{1} + \frac{V_1 - 220}{3} = 0$$

... resolviendo ...

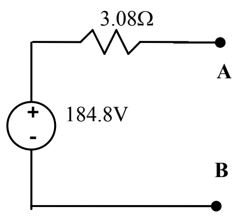
$$V_1 = 400V$$

$$I_{CC} = I_1 + I_2 + 0.5V_X$$

$$I_{CC} = 0 + \frac{440 - 400}{1} + 0.5(440 - 400) = 60A$$

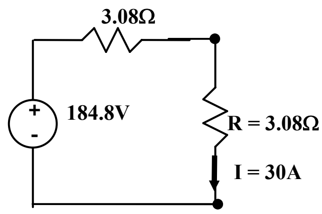
Con lo que el equivalente Thévenin queda:

- $V_{TH} = V_{CA} = 184.8V$
- $R_{TH} = V_{CA}/I_{CC} = 3.08\Omega$



Por lo tanto:

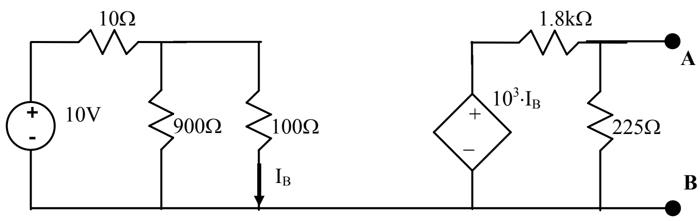
- Resistencia que absorbe máxima potencia: **R=3.08Ω**
- Intensidad: I = V/R = 184.8/6.16 = 30A
- Potencia consumida: **P** = $I^2 \cdot R$ = 900·3.08 = **2772W**



Septiembre 2000

PROBLEMA 7:

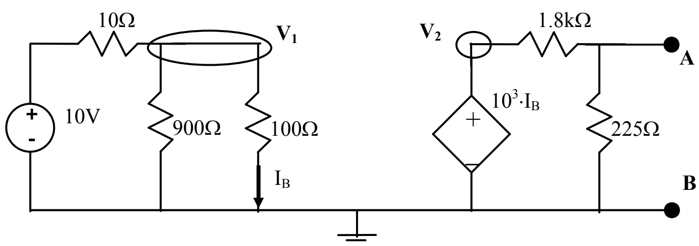
Dado el circuito de la figura:



Se pide obtener su equivalente Thevenin y su equivalente Norton entre los terminales A y B.

SOLUCIÓN 7:

Dado que hay fuentes dependientes, se obtendrá el equivalente Thévenin mediante el cálculo de la tensión de circuito abierto e intensidad de cortocircuito:



<u>Tensión de circuito abierto:</u>

Se aplica análisis de nodos en la parte izquierda del circuito:

$$\frac{V_1 - 10}{10} + \frac{V_1}{900} + \frac{V_1}{100} = 0 \quad \rightarrow \quad V_1 = 9V$$

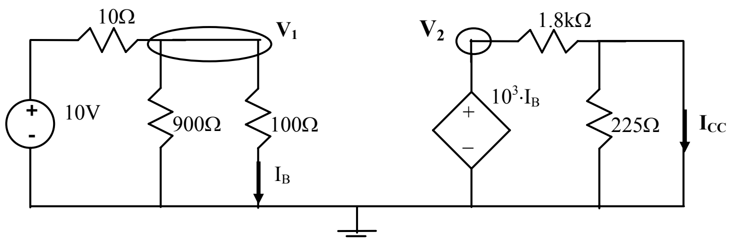
Con V_1 se pueden hallar I_B y V_2:

$$I_B = \frac{V_1}{100} = 90mA \quad \rightarrow \quad V_2 = 10^3 I_B = 90V$$

Y la tensión de circuito abierto se obtiene mediante un divisor de tensión:

$$V_{CA} = V_{AB} = 90 \frac{225}{1800 + 225} = 10V$$

Intensidad de cortocircuito:



Se aplica análisis de nodos en la parte izquierda del circuito:

$$\frac{V_1 - 10}{10} + \frac{V_1}{900} + \frac{V_1}{100} = 0 \quad \rightarrow \quad V_1 = 9V$$

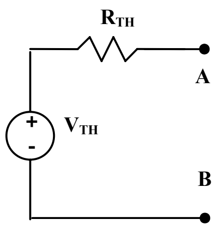
Con V_1 se pueden hallar I_B y V_2:

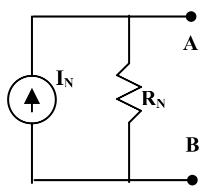
$$I_B = \frac{V_1}{100} = 90mA \quad \rightarrow \quad V_2 = 10^3 I_B = 90V$$

Y la intensidad de cortocircuito se obtiene directamente considerando que por la resistencia de 225Ω no circula intensidad al estar en paralelo con un cortocircuito:

$$I_{CC} = \frac{90}{1800} = 50mA$$

Por lo tanto, los equivalentes quedan:





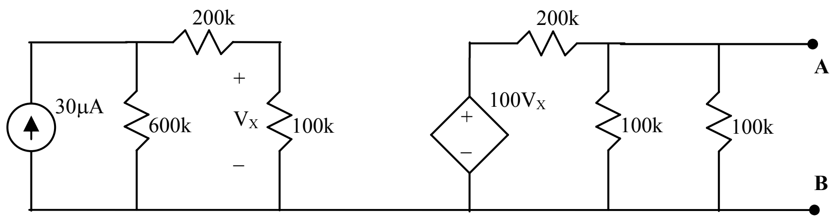
$$\boxed{\begin{aligned} \mathbf{V_{TH}} &= V_{CA} = \mathbf{10V} \\ \mathbf{I_N} &= I_{CC} = \mathbf{50mA} \\ \mathbf{R_{TH}} &= R_N = \frac{V_{CA}}{I_{CC}} = \mathbf{200\Omega} \end{aligned}}$$

Febrero 2001

PROBLEMA 8:

Dado el circuito de la figura, se pide:

- Calcular el equivalente Thévenin del circuito entre los puntos A y B.
- Calcular la potencia que disiparía una resistencia de 60kΩ colocada entre los puntos A y B.

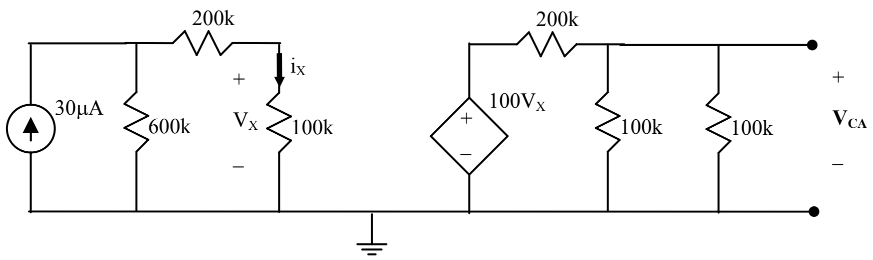


SOLUCIÓN 8:

- Cálculo del equivalente Thévenin:

Dado que existen fuentes dependientes e independientes, se calcularán la tensión de circuito abierto y la intensidad de cortocircuito.

<u>Tensión de circuito abierto V_{CA}:</u>



La intensidad i_X que pasa por la resistencia de 100k se obtiene mediante un divisor de intensidad:

$$i_X = 30\mu A \cdot \frac{600k}{600k + 300k} = 20\mu A$$

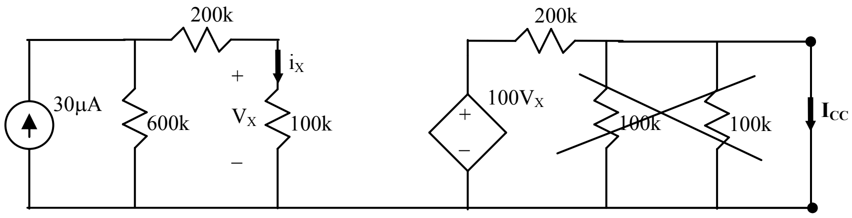
Por tanto la tensión V_X en esa resistencia será:

$$V_X = 20\mu A \cdot 100K = 2V$$

La tensión V_{CA} se obtiene por divisor de tensión una vez conocido V_X:

$$V_{CA} = 100 \cdot V_X \cdot \frac{100k // 100k}{200k + (100k // 100k)} = 200 \cdot \frac{50k}{250k} = 40V$$

Intensidad de cortocircuito I_{CC}:



V_X e i_X se obtienen igual que antes llegando al mismo resultado:

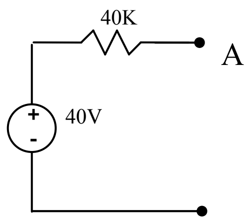
$$i_X = 20\mu A; \quad V_X = 2V$$

I_{CC} se obtiene teniendo en cuenta que por las resistencias de 100K no circula intensidad al estar en paralelo con un cortocircuito:

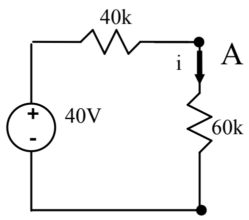
$$I_{CC} = \frac{100 \cdot V_X}{200K} = \frac{200}{200K} = 1mA$$

Con lo que el equivalente Thevenin queda:

$$\boxed{\begin{aligned} \mathbf{V_{TH}} &= V_{CA} = \mathbf{40V} \\ \mathbf{R_{TH}} &= \frac{V_{CA}}{I_{CC}} = \frac{40}{0.001} = \mathbf{40k\Omega} \end{aligned}}$$



- Si se coloca una resistencia de 60k entre A y B:



La intensidad que circulará por la resistencia será:

$$i = \frac{40V}{100k} = 0.4mA$$

Y la potencia consumida:

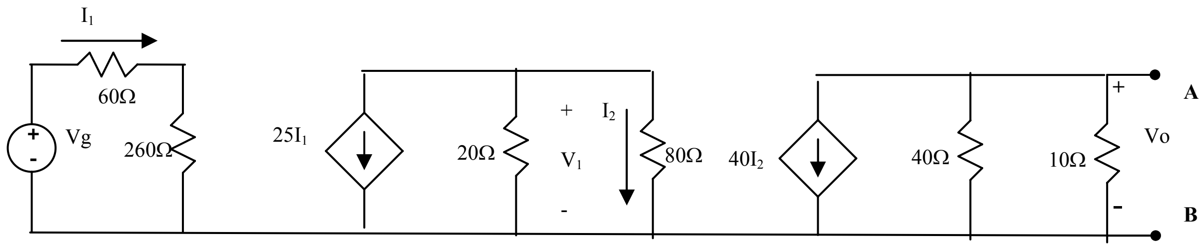
$$\boxed{\mathbf{P} = i^2 \cdot R = (0.4 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 60 \cdot 10^3 = \mathbf{9.6mW}}$$

Febrero 2002

PROBLEMA 9:

Dado el circuito de la figura, se pide:

- el valor de las fuentes de tensión V_1 y Vg en el circuito, sabiendo que Vo = 5V.
- el valor de la resistencia de carga R_L a situar entre los terminales A y B para que consuma máxima potencia. ¿Cuál es el valor de la potencia consumida por R_L?

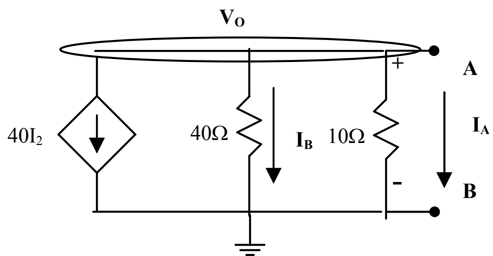


SOLUCIÓN 9:

- Valor de las fuentes de tensión V_1 y Vg en el circuito, sabiendo que Vo = 5V?

Para hallar el valor de la fuente de tensión **Vg** y la tensión en el nodo **V_1,** se resolverá el circuito de izquierda a derecha:

Se aplica análisis de nodos en el siguiente subcircuito, situando la tierra en el nodo B:



Nodos en V_O:

$$I_B + I_A + 40I_2 = 0$$

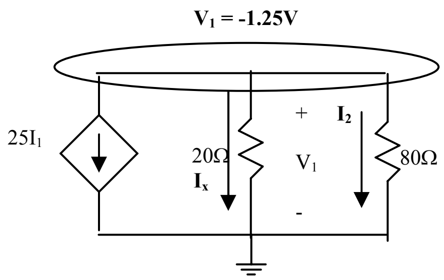
$$\frac{V_O - 0}{40} + \frac{V_O - 0}{10} + 40I_2 = 0$$

si V_O = 5V, entonces I_2 = - 0.015625 A

I_2 es la corriente que circula por la resistencia de 80 Ω, por tanto para hallar la tensión en V_1 se aplica la ley de Ohm a la resistencia de 80 Ω:

$$\boxed{\mathbf{V_1} = I_2 \cdot 80 = \mathbf{-1.25\ V}}$$

Ahora se hallará el valor de I_1, aplicando nodos en el siguiente subcircuito:



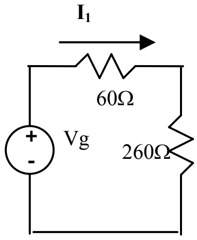
Nodos en V_1:

$$I_2 + I_x + 25I_1 = 0$$

$$\frac{V_1 - 0}{80} + \frac{V_1 - 0}{20} + 25I_1 = 0$$

si V_1 = -1.25V, entonces I_1 = 0.003125 A

Y por último en la malla de la derecha se obtiene el valor de **Vg**:



$Vg = I_1 \cdot (60 + 260)$

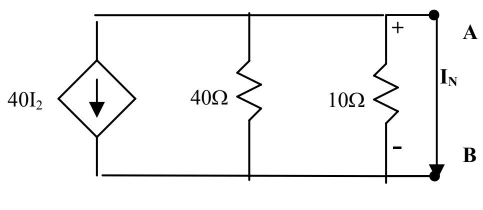
si I_1 = 0.003125 A, entonces $\boxed{\mathbf{Vg = 1V}}$

- Valor de la resistencia de carga R_L a situar entre los terminales A y B para que consuma máxima potencia. ¿Cuál es el valor de la potencia consumida por R_L?

Por el teorema de máxima transferencia de potencia, la resistencia de carga $\mathbf{R_L}$ que consumirá máxima potencia en la resistencia de Thevenin vista desde los terminales A y B.

Por lo tanto, se ha de calcular R_{TH} : $R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N}$

Ya sabemos V_{TH}: $V_{TH} = V_O$ =5V, falta hallar I_N:



La I_N es la corriente entre A y B en cortocircuito, por tanto:

$I_N = -40 \cdot I_2 = -40 \cdot (-0.015625) = 0.625$ A

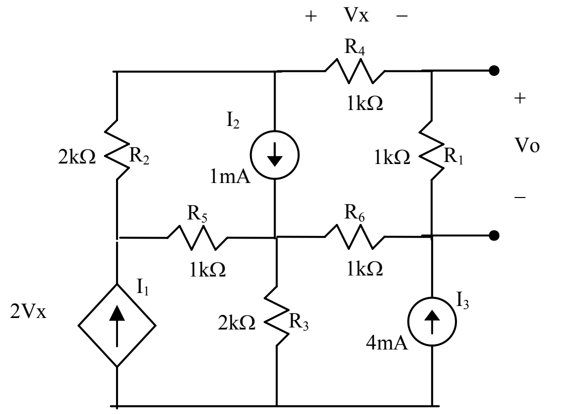
$$\boxed{R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{5}{0.625} = 8\Omega \rightarrow \mathbf{R_L = 8\Omega}}$$

Y la potencia consumida:

$$\boxed{\mathbf{P} = \frac{{V_{TH}}^2}{4R_{TH}} = \frac{5^2}{4 \cdot 8} = \frac{25}{32} = \mathbf{0.78125W}}$$

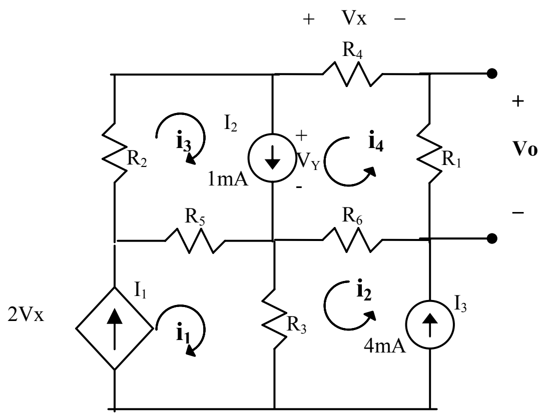
PROBLEMA 10:

Calculad el valor de la tensión Vo en el circuito siguiente:



SOLUCIÓN 10:

Para hallar la tensión Vo, primero se calculará el valor de la corriente que circula por la resistencia R_1. Para ello, se resolverá el circuito utilizando la ley de mallas, y utilizando el sistema de unidades V, mA, kΩ:



malla 1: $i_1 = 2V_X$
malla 2: $i_2 = 4mA$
malla 3: $2i_3 + 1(i_3 - i_1) + V_Y = 0$
malla 4: $1i_4 + 1i_4 + V_Y + 1(i_4 - i_2) = 0$

Además, se cumplen las relaciones:

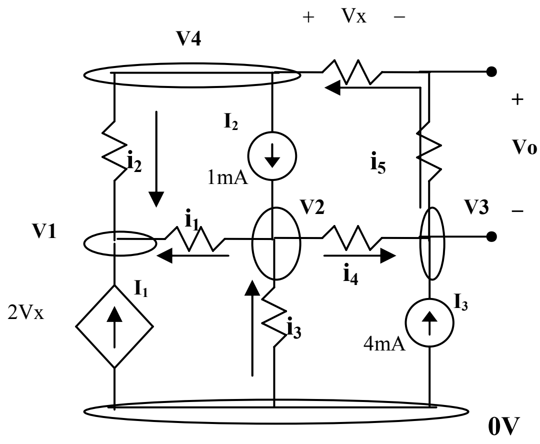
$V_X = - i_4 \cdot 1$
$i_3 + i_4 = I_2 = 1$

Resolviendo las ecuaciones anteriores, se obtiene $i_4 = \frac{7}{4} mA$

Por tanto:

$$\boxed{\mathbf{Vo} = -R_1 \cdot i_4 = -\frac{7}{4}\mathbf{V}}$$

También es posible hallar Vo utilizando la ley de nodos:



Nodo V1: $i_2 + i_1 + I_1 = 0$
Nodo V2: $I_2 + i_3 = i_1 + i_4$
Nodo V3: $i_4 + I_3 = i_5$
Nodo V4: $i_5 = i_2 + I_2$

Nodo V1:

$i_2 + i_1 + I_1 = 0$

$I_1 = 2V_x = 2\,(-R_4 \cdot i_5) = 2\dfrac{V4 - V3}{2} \quad \rightarrow \quad \dfrac{V4 - V1}{2} + \dfrac{V2 - V1}{1} + 2\dfrac{V4 - V3}{2} = 0$

Nodo V2:

$I_2 + i_3 = i_1 + i_4 \quad \rightarrow \quad 1 + \dfrac{0 - V2}{2} = \dfrac{V2 - V1}{1} + \dfrac{V2 - V3}{1}$

Nodo V3:

$i_4 + I_3 = i_5 \quad \rightarrow \quad \dfrac{V2 - V3}{1} + 4 = \dfrac{V3 - V4}{2}$

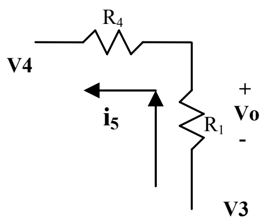
Nodo V4:

$i_5 = i_2 + I_2 \quad \rightarrow \quad \dfrac{V3 - V4}{2} = \dfrac{V4 - V1}{2} + 1$

Resolviendo el sistema anterior de 4 ecuaciones, se obtiene que

$V3 = \dfrac{13}{4}V$ y $V4 = -\dfrac{1}{4}V$,

por tanto:



$$i_5 = \frac{V3 - V4}{2} = \frac{\frac{13}{4} + \frac{1}{4}}{2} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}\,\text{mA}$$

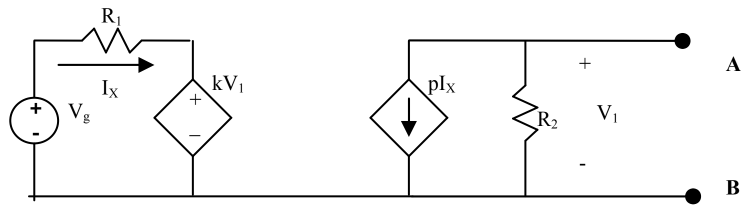
$$\boxed{\mathbf{Vo} = -R_1 \cdot i_5 = -\frac{7}{4}\,\mathbf{V}}$$

Junio 2003

PROBLEMA 11:

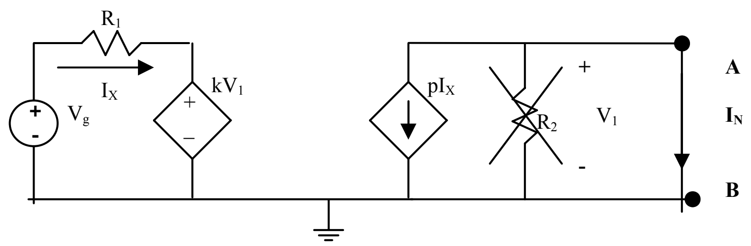
Para el circuito de la figura, obtened los circuitos equivalentes de Norton y de Thévenin entre los terminales A-B:
Datos:

k = 0.05	Vg = 10V	R1 = 5Ω
p = 100		R2 = 0.5Ω



SOLUCIÓN 11:

- Cálculo de la corriente de Norton, I_N: $I_N = (I_{AB})_{cortocircuito}$

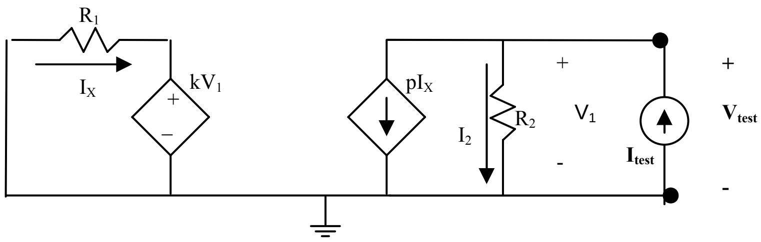


Si se cortocircuitan los terminales A-B, la resistencia R_2 queda también cortocircuitada, por tanto $V_1 = 0$, y la fuente de tensión kV_1 también se anula. De esta forma, la corriente de Norton es igual a la corriente de la fuente pI_X pero en sentido opuesto:

$$I_N = -pI_X = -p\frac{V_g}{R_1} = -100\frac{10}{5} = -200A$$

- Cálculo de la resistencia de Norton (de Thévenin), $R_N = R_{TH}$:

Para calcular la resistencia de Thévenin se utilizará el método test, para ello se anulan las fuentes independientes del circuito y se coloca una fuente test entre los terminales A-B, en este caso, se utiliza una fuente de corriente como fuente test:



Del circuito anterior, se deduce que:

$$V_1 = V_{test}$$
$$I_x = \frac{0 - kV_1}{R_1} = \frac{-kV_{test}}{R_1}$$

y aplicando análisis de nodos en el nodo V_{test}:

$$pI_X + I_2 = I_{test}$$

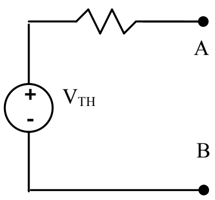
Sustituyendo el valor de la corriente I_X en esta última ecuación:

$$p\frac{-kV_{test}}{R_1} + \frac{V_{test}}{R_2} = I_{test} \rightarrow \left(p\frac{-k}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)V_{test} = I_{test} \rightarrow R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{p\frac{-k}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

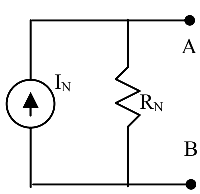
$$R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{p\frac{-k}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{100\frac{-0.05}{5} + \frac{1}{0.5}} = 1$$

Y por último, a partir de los valores de R_{TH} e I_N, se obtiene la V_{TH} :

$$\boxed{\begin{aligned} I_N &= -200A \\ R_{TH} &= 1\Omega \\ V_{TH} &= I_N \cdot R_{TH} = -200V \end{aligned}}$$



THEVENIN

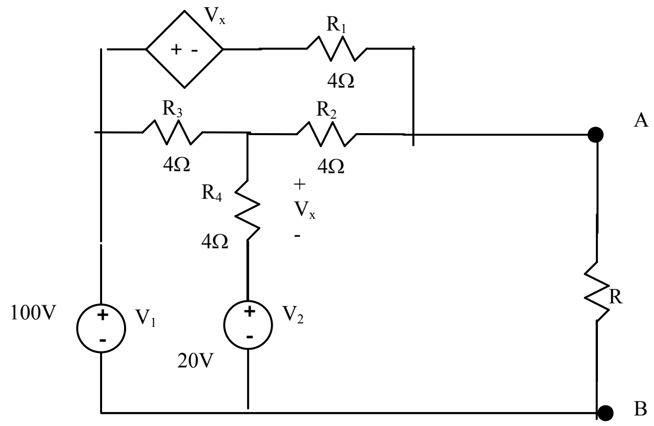


NORTON

Septiembre 2003

PROBLEMA 12:

Sobre el circuito de la figura:



- Encuentra el valor de R que permite que el circuito que se muestra en la figura suministre la máxima potencia a los terminales A y B.
- Determina la máxima potencia administrada a R
- ¿Qué porcentaje de la potencia total generada por las fuentes se suministra a la resistencia de carga R?

SOLUCIÓN 12:

- Encuentra el valor de R que permite que el circuito que se muestra en la figura suministre la máxima potencia a los terminales A y B.

Por el teorema de máxima transferencia de potencia se ha de cumplir que $R=R_{TH}$, por tanto se debe calcular la resistencia de Thévenin entre los terminales A-B, para ello se aplica el método test, anulando las fuentes independientes del circuito y colocando una fuente test entre los terminales A-B, en este caso, se utiliza una fuente de tensión como fuente test:

$$R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{I_{test}}$$

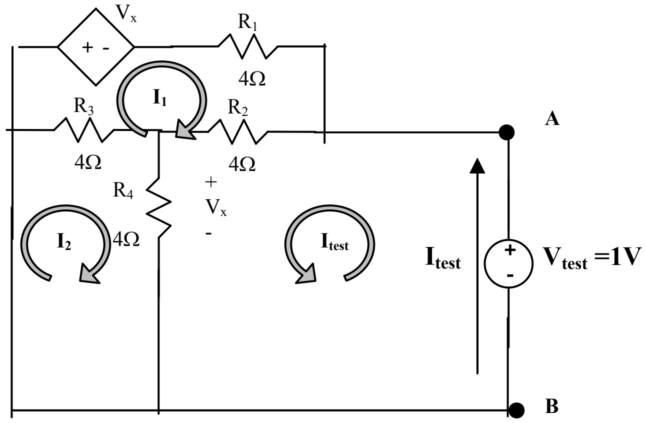
Y se obtiene el valor de I_{test} analizando el circuito por mallas:

Malla 1 $\rightarrow$ $-V_X = 4I_1 + 4(I_1 + I_{test}) + 4(I_1 - I_2)$

Malla 2 $\rightarrow$ $0 = 4(I_2 - I_1) + 4(I_2 + I_{test})$

Malla 3 $\rightarrow$ $1 = 4(I_1 + I_{test}) + 4(I_2 + I_{test})$

y además $\rightarrow$ $V_X = 4(I_2 + I_{test})$

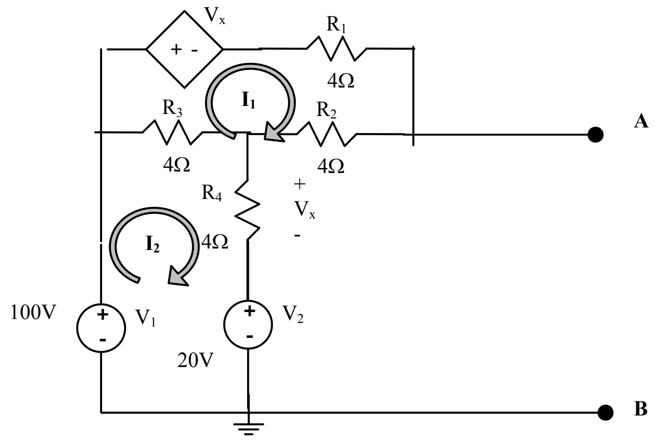


Resolviendo el sistema anterior de 4 ecuaciones, se obtiene que $I_{test} = \frac{1}{2} A$, por tanto:

$$R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{I_{test}} = 2\Omega \rightarrow \boxed{\mathbf{R = R_{TH} = 2\Omega}}$$

También es posible hallar el valor de R_{TH} calculando la tensión en circuito abierto (V_{TH} = 60V) y la corriente de Norton (I_N =30A), siendo $R_{TH} = V_{TH} / I_N$.

<u>Cálculo de V_{TH}:</u>

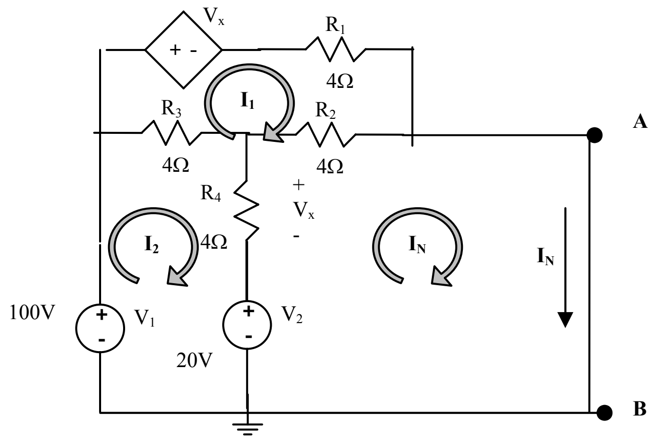


Utilizando la ley de mallas,

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Malla 1} \rightarrow & -V_X = 4I_1 + 4I_1 + 4(I_1 - I_2) \\ \text{Malla 2} \rightarrow & 100 - 20 = 4(I_2 - I_1) + 4I_2 \\ \text{y además} \rightarrow & V_X = 4I_2 \end{array}\right\} \text{ ....resolviendo: } I_1 = 0A \text{ y } I_2 = 10A$$

Luego, $V_{TH} = 20 + V_X + 4I_1 = 20 + 10 \cdot 4 = 60V$

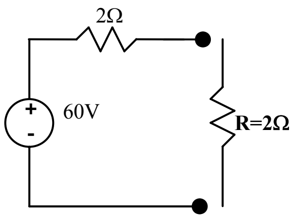
Cálculo de I_N :



Utilizando la ley de mallas,

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Malla 1} \rightarrow & -V_X = 4I_1 + 4(I_1 - I_N) + 4(I_1 - I_2) \\ \text{Malla 2} \rightarrow & 100 - 20 = 4(I_2 - I_1) + 4(I_2 - I_N) \\ \text{Malla 3} \rightarrow & 20 = 4(I_N - I_2) + 4(I_N - I_1) \\ \text{y además} \rightarrow & V_X = 4(I_2 - I_N) \end{array}\right\} \text{....resolviendo: } I_N = 30\text{A}$$

- Determina la máxima potencia administrada a R:

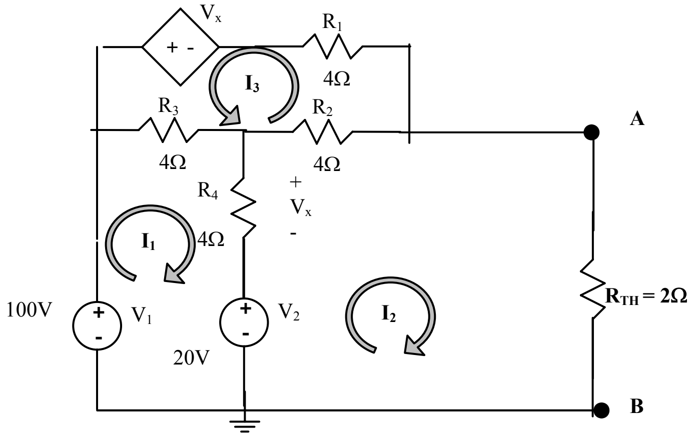


$$P = \frac{V_{TH}^{\ 2}}{4R_{TH}} = \frac{60^2}{4 \cdot 2} = 450\text{W}$$

$$\boxed{\mathbf{P = 450W}}$$

- ¿Qué porcentaje de la potencia total generada por las fuentes se suministra a la resistencia de carga R?

Para responder a esta pregunta hay que averiguar la potencia que generan o consumen las fuentes con el circuito original cargado con R = 2Ω. Por lo tanto, se debe analizar el siguiente circuito:



Utilizando la ley de mallas,

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Malla 1} \rightarrow & 100-20=4(I_1+I_3)+4(I_1-I_2)\\ \text{Malla 2} \rightarrow & 20=4(I_2-I_1)+4(I_2+I_3)+2I_2\\ \text{Malla 3} \rightarrow & V_X=4(I_3+I_1)+4(I_3+I_2)+4I_3\end{array}\right\}$$

$$\text{y además} \rightarrow \quad V_X=4(I_1-I_2)$$

....resolviendo: $I_1 = 22.5A$, $I_2 = 15A$, $I_3 = -10A$.

Cálculo de la potencia en las resistencias (elementos PASIVOS):

$$P_{R_{TH}} = I_2^{\,2}\cdot R_{TH} = 15^2\cdot 2 = 450W$$

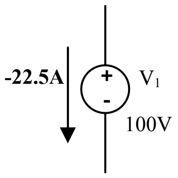
$$P_{R_1} = I_3^{\,2}\cdot R_1 = 10^2\cdot 4 = 400W$$

$$P_{R_2} = (I_2+I_3)^2\cdot R_2 = (15-10)^2\cdot 4 = 100W$$

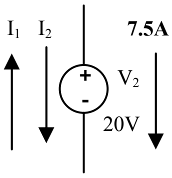
$$P_{R_3} = (I_1+I_3)^2\cdot R_2 = (22.5-10)^2\cdot 4 = 625W$$

$$P_{R_4} = (I_1-I_2)^2\cdot R_2 = (22.5-15)^2\cdot 4 = 225W$$

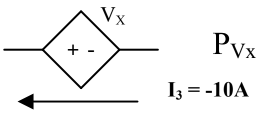
Cálculo de la potencia en las fuentes, según el criterio de signos pasivo:



$P_{100V} = V_1\cdot(-I_1) = 100 \cdot -22.5 = -2250$ W $\rightarrow$ fuente ACTIVA



$P_{20V} = V_2\cdot(I_1-I_2) = 20 \cdot 7.5 = 150$ W $\rightarrow$ fuente PASIVA



$P_{Vx} = V_X\cdot I_3 = 30 \cdot 10 = 300$ W $\rightarrow$ fuente PASIVA

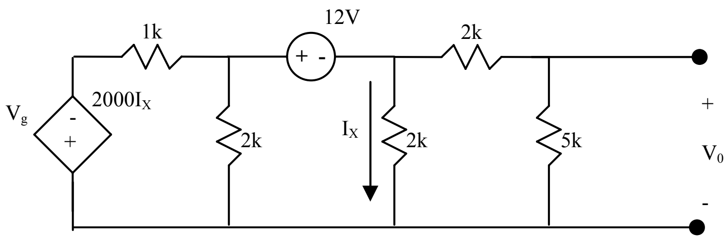
Sólo hay una fuente que produce potencia, V_1, por tanto el total de potencia generada es 2250W y la potencia consumida por R_{TH} es 450W, y con estos dos valores se calcula el porcentaje pedido:

$$\boxed{\%\mathbf{P}_{\textbf{suministrada a la carga}} = 100 \cdot 450 / 2250 = \mathbf{20\%}}$$

Junio 2004

PROBLEMA 13:

Calculad el valor de la tensión V_0 en el circuito siguiente:

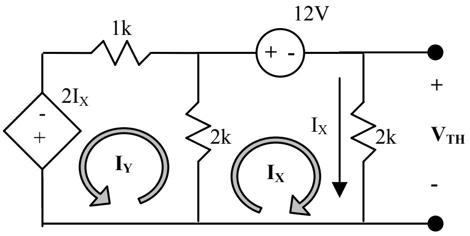


SOLUCIÓN 13:

Es posible simplificar el cálculo de V_0 en el circuito anterior, obteniendo el equivalente Thévenin del circuito a la derecha de las resistencias de 2k y 5k. Por tanto, a continuación se realiza el cálculo de dicho circuito equivalente:

NOTA: Se utiliza el sistema de unidades :V, mA, kΩ, así que $V_g = 2I_X$ con I_X en mA.

V_{TH}: Tensión de circuito abierto

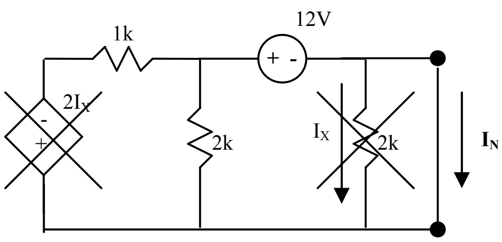


Por mallas:

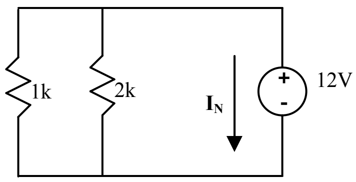
$$
\begin{aligned}
V_g &= 2(I_Y + I_X) + I_Y \\
-12 &= 2I_X + 2(I_X + I_Y) \qquad \rightarrow I_X = \text{-3mA} \\
V_g &= 2I_X
\end{aligned}
$$

$$\boxed{\mathbf{V_{TH}} = 2k \cdot I_X = 2 \cdot -3 = \mathbf{-6V}}$$

I_N: Corriente en cortocircuito



Al cortocircuitar los terminales, la corriente I_X se anula, y por tanto la fuente V_g también y el circuito anterior se reduce al siguiente:



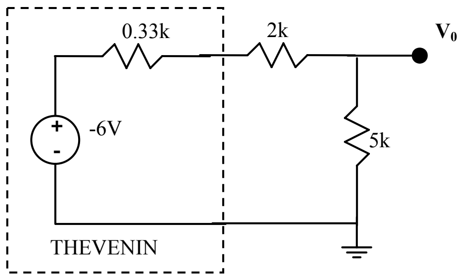
La resistencia equivalente al conjunto de las resistencias en paralelo de 1k y 2k es $\frac{2}{3}$k , por tanto:

$$\boxed{\mathbf{I_N} = \frac{-12}{2/3} = \mathbf{-18mA}}$$

y la resistencia Thévenin:

$$\boxed{\mathbf{R_{TH}} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{-6}{-18} = \frac{1}{3} = \mathbf{0.33k\Omega}}$$

Se sustituye el equivalente Thévenin en el circuito original y se halla V_0 fácilmente mediante un divisor de tensión:



$$\boxed{\mathbf{V_0} = -6\frac{5}{5+\frac{1}{3}+2} = \frac{-45}{11} = \mathbf{-4.09V}}$$

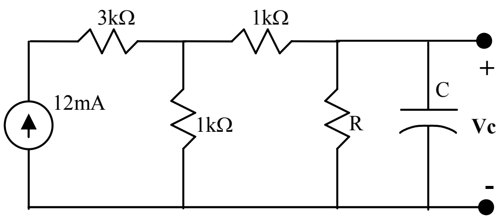
TEMA 2:

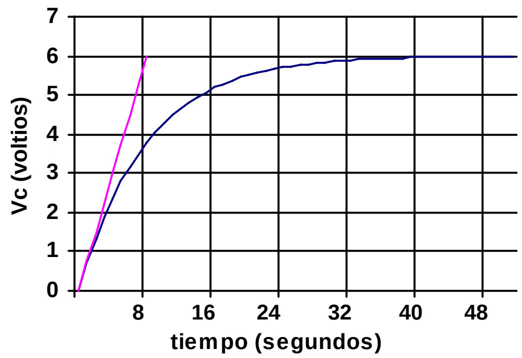
ANÁLISIS TRANSITORIO

Febrero 1999

PROBLEMA 14:

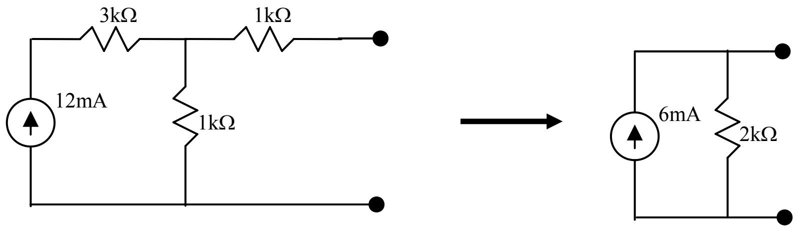
En el circuito de la figura se desconocen los valores de C y R. Se pide obtener razonadamente los mencionados valores a partir de la curva de comportamiento descrita en la figura.



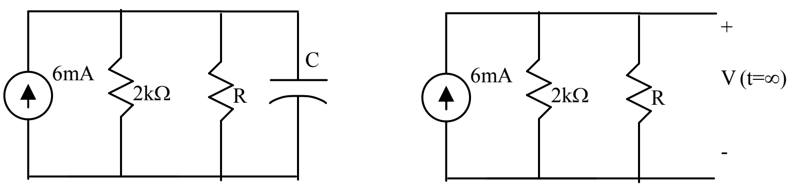


SOLUCIÓN 14:

En primer lugar obtenemos el equivalente Norton del circuito sin el condensador ni la resistencia:



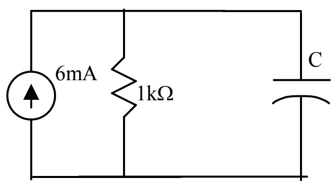
Añadimos ahora, sobre el equivalente, resistencia y condensador:



Para t = ∞ el condensador se comporta como un circuito abierto; por tanto:
$V(t=\infty) = 6mA*(2k\Omega*R)/(2k\Omega+R) = 6V$ (valor en régimen permanente)

...de donde se puede despejar el valor de R: $\boxed{\mathbf{R = 2k\Omega}}$

Para obtener el valor de C calculamos primero el equivalente paralelo de las dos resistencias:



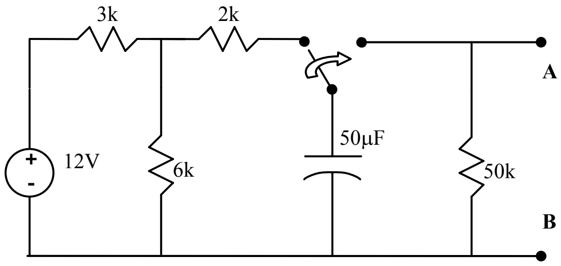
... y utilizamos la pendiente en el origen dibujada en el gráfico: En un circuito RC la constante de tiempo τ es igual al producto RC y se muestra en el gráfico como el instante en que la pendiente en el origen corta a la asíntota del valor final de la tensión.

Por tanto: $\tau = RC = 1k\Omega * C = 8s$; $\boxed{\mathbf{C = 8mF}}$

Junio 1999

PROBLEMA 15:

En el circuito de la figura el interruptor ha estado en la posición izquierda desde t = -∞ hasta t = 0, y en t = 0 pasa bruscamente a la posición de la derecha.

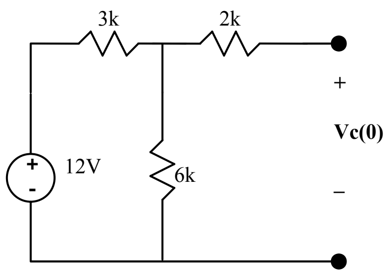


Se pide:

- Obtener el valor de la tensión V_{AB} para t>0
- ¿Cuál es la constante de tiempo del sistema para t>0? ¿Cuál sería el valor de la resistencia extra a colocar entre A y B para que esa constante de tiempo se reduzca a la mitad?

SOLUCIÓN 15:

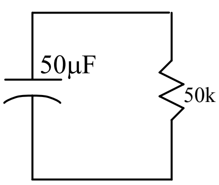
- Obtener el valor de la tensión V_{AB} para t>0



Condiciones iniciales: tensión del condensador en t=0. Consideramos que el circuito se encuentra en régimen permanente y sustituimos el condensador por un circuito abierto:

Aplicando divisor de tensión:

Vc(0) = 12V*6k(3k+6k) = 8V



Circuito para t>0: el interruptor pasa a la posición derecha. Las ecuaciones del circuito serán:

Resistencia: I = -V/R
Condensador: I = C*dV/dt

Dando valores e igualando queda: $50*10^{-6}*dV/dt + V/50*10^3 = 0$

O, lo que es lo mismo: $dV(t)/dt + 0.4V(t) = 0$

Resolución de la ecuación:

Planteamos una solución estándar: $V = K_1 + K_2*e^{-t/\tau}$ $dV/dt = -K_2/\tau*e^{-t/\tau}$

Y sustituimos en la ecuación de nuestro circuito: $-K_2/\tau*e^{-t/\tau} + 0,4* K_1 + 0,4*K_2*e^{-t/\tau} = 0$

Igualando términos libres se obtiene: $\boxed{K_1 = 0}$
Igualando términos en $e^{-t/\tau}$ se obtiene: $-K_2/\tau + 0,4*K_2 = 0$; $K_2/\tau = 0,4*K_2$; $\boxed{\tau = 2.5}$

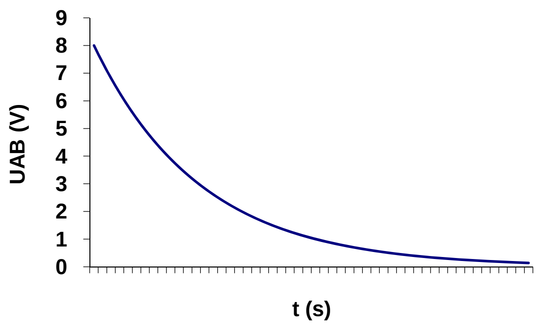
Sólo resta obtener el valor de K2 haciendo cumplir las condiciones iniciales que conocemos:

$V(0) = K_1 + K_2*e^0 = K_1 + K_2 = 8V$; $\boxed{K_2 = 8}$

Por tanto, la tensión pedida es

$$\boxed{\mathbf{V_{AB}\ (t) = 8*e^{-0.4t}\ V}}$$

Lo cual representa un típico proceso de descarga de un condensador:



- ¿Cuál es la constante de tiempo del sistema para t>0? ¿Cuál sería el valor de la resistencia extra a colocar entre A y B para que esa constante de tiempo se reduzca a la mitad?

La constante de tiempo de un circuito RC es: $\boxed{\mathbf{\tau = R*C = 50k\Omega*50\mu F = 2.5s}}$

Si deseamos reducir a la mitad la constante de tiempo, deberemos reducir a la mitad el valor de la resistencia: Rnueva = R/2

Como vamos a colocar una resistencia en paralelo:

Rnueva = R//Rañadida = R*Rañadida/(R+Rañadida)

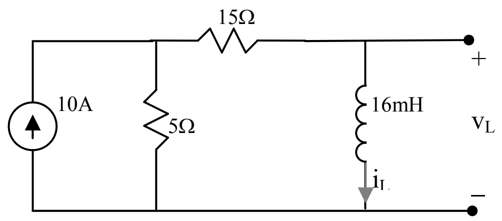
Igualando ambas expresiones se llega a la conclusión: $\boxed{\mathbf{R_{añadida} = R = 50k\Omega}}$

Septiembre 1999

PROBLEMA 16:

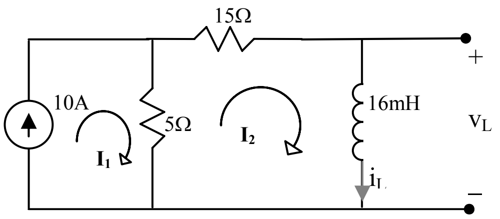
En el circuito de la figura la corriente que circula por la bobina en t = 0 es de $i_L = 10A$.

- Determinar la expresión de la corriente i_L y de la tensión v_L, ambas para t>0.
- Representar gráficamente de forma aproximada estas funciones



SOLUCIÓN 16:

Se plantean las ecuaciones del circuito por mallas:



Malla 1: $I_1 = 10A$
Malla 2: $(I_2-I_1)*5 + I_2*15 + 16*10^{-3}*dI_2/dt=0$

$$\boxed{-16*10^{-3}*dI_L/dt+20*I_L=50}$$

Se propone la solución estándar para la ecuación diferencial: $I_L = K_1 + K_2*e^{-t/\tau}$

Sustituyendo:

$$-16*10^{-3}*K_2/\tau*e^{-t/\tau}+20*K_1+20*K_2*e^{-t/\tau}=0$$

Igualando términos:

$$20K_1 = 50$$
$$-16*10^{-3}*K_2/\tau+20*K_2=0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} K_1 = 2.5 \\ \tau = 1/1250 \end{array}}$$

Aplicando las condiciones iniciales:

$$I_L(0) = 10 = 2.5 + K_2$$

$$\boxed{K_2 = 7.5}$$

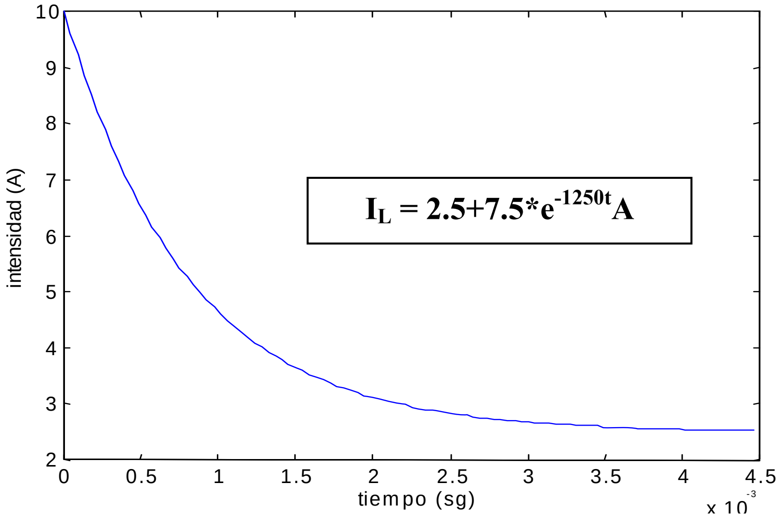
$$\boxed{\mathbf{I_L = 2.5+7.5*e^{-1250t}A}}$$

La tensión se obtiene a través de la ecuación de comportamiento de la bobina:

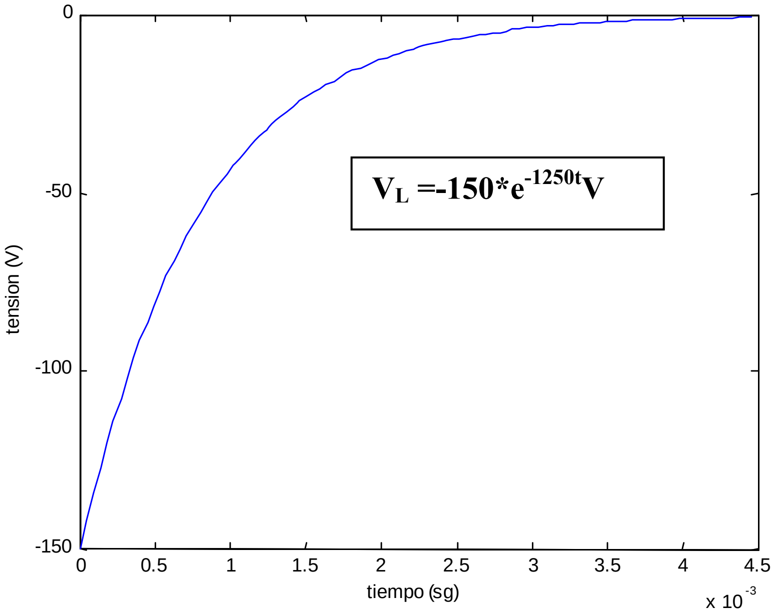
$V_L = L*dI_L/dt$

$V_L = 16*10^{-3}*(-9375)*e^{-1250t}$

$$\boxed{\mathbf{V_L =-150*e^{-1250t}V}}$$



10
9
8
7
6
5
4
3
2
intensidad (A)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
tiempo (sg)
x 10^-3
$I_L = 2.5+7.5*e^{-1250t} A$

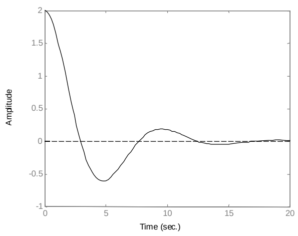


0
-50
-100
-150
tension (V)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
tiempo (sg)
x 10^-3
$V_L = -150*e^{-1250t} V$

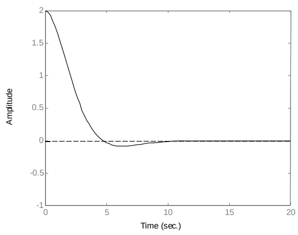
Septiembre 1999

PROBLEMA 17:

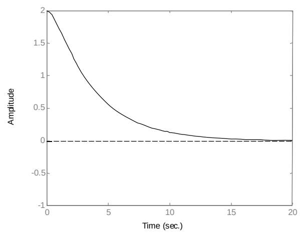
Los circuitos 1, 2 y 3 parten de las mismas condiciones iniciales. Indique a qué circuito corresponde cada una de las curvas de comportamiento representadas para V_C y justifíquense las respuestas



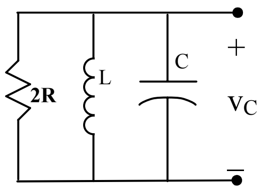
respuesta 1



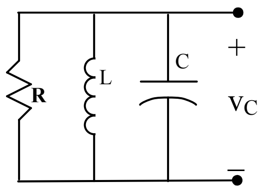
respuesta 2



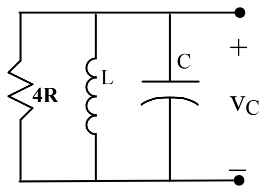
respuesta 3



circuito A



circuito B



circuito C

SOLUCIÓN 17:

Planteamos la ecuación de V_C para unos valores genéricos de R, L y C:

$$\frac{V_C}{R} + \frac{1}{L} \cdot \int V_C \cdot dt + C \cdot \frac{dV_C}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{L} \cdot V_C + C \cdot \frac{d^2 V_C}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \frac{1}{RC} \cdot \frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot V_C = 0$$

Si expresamos la ecuación en el formato estándar:

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + 2\xi\omega_n \cdot \frac{dV_C}{dt} + \omega_n^2 \cdot V_C = 0$$

Podemos obtener el valor del coeficiente de amortiguamiento ξ en función de R,L,C:

$$\omega_n^2 = \frac{1}{LC}$$

$$2\xi\omega_n = \frac{1}{RC}$$

$$\xi = \frac{\sqrt{L}}{2R\sqrt{C}}$$

Luego cuanto mayor sea R menor será el coeficiente de amortiguamiento. A la vista de las gráficas, puede verse como:

$$\xi_{\mathbf{respuesta1}} < \xi_{\mathbf{respuesta2}} < \xi_{\mathbf{respuesta3}}$$

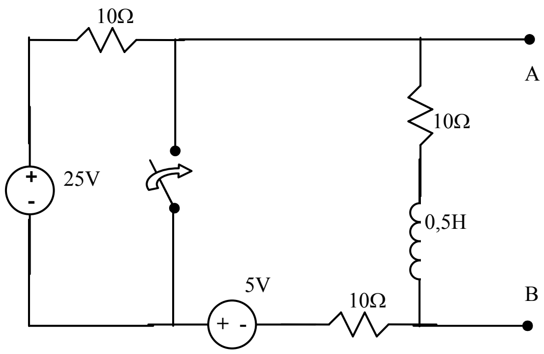
Por tanto:

el circuito B corresponde a la respuesta 3 **el circuito A corresponde a la respuesta 2** **el circuito C corresponde a la respuesta 1**

Diciembre 1999

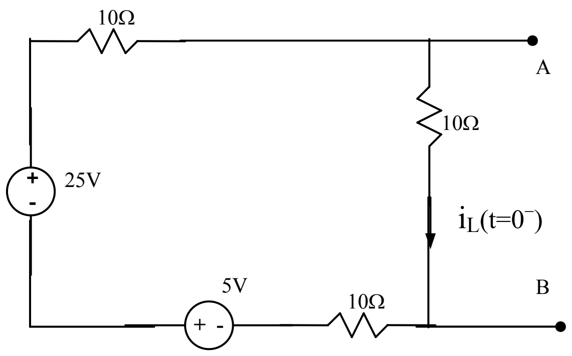
PROBLEMA 18:

En el circuito de la figura, el interruptor lleva mucho tiempo abierto y se cierra en el instante t = 0. Se pide calcular el tiempo que tardará la tensión V_{AB} en alcanzar 0V.



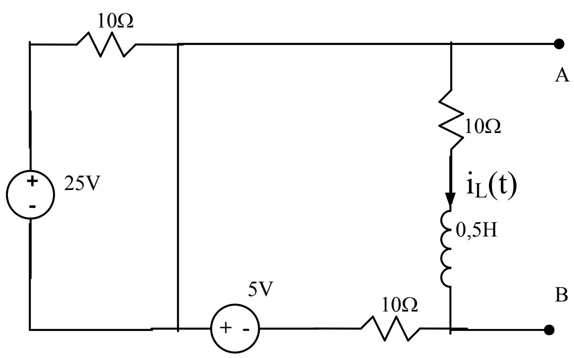
SOLUCIÓN 18:

Se calculará en primer lugar la expresión para la corriente que circula por la bobina $i_L(t)$:



Condiciones iniciales: $i_L(t=0^-)$ El interruptor está abierto y la bobina es un cortocircuito (régimen permanente)

$i_L(t=0^-) = 30V/30\Omega = 1A$



Circuito para t≥0: El interruptor está cerrado

$$\left.\begin{array}{l} 20 \cdot i_L(t) + 0{,}5 \cdot \dfrac{di_L(t)}{dt} = 5V \\ i_L(0) = 1A \end{array}\right\}$$

Resolviendo para $i_L(t)$ se obtiene:

$$i_L(t) = 0{,}25 + 0{,}75 \cdot e^{-40t}$$

El dato pedido es V_{AB}:

$$v_{AB}(t) = 10 \cdot i_L(t) + 0{,}5 \cdot \frac{di_L(t)}{dt} = 2{,}5 + 7{,}5 \cdot e^{-40t} + 0{,}5 \cdot \left(-30 \cdot e^{-40t}\right) = 2{,}5 - 7{,}5 \cdot e^{-40t}$$

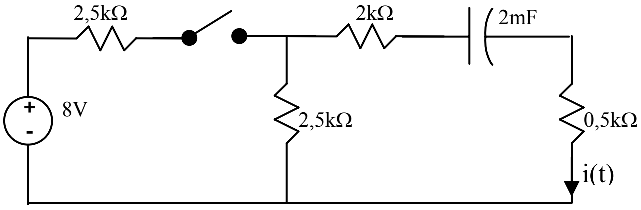
Buscamos el instante en que V_{AB} se iguala a cero:

$$v_{AB}(t) = 2{,}5 - 7{,}5 \cdot e^{-40t} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{t = 27.5ms}}$$

Febrero 2000

PROBLEMA 19:

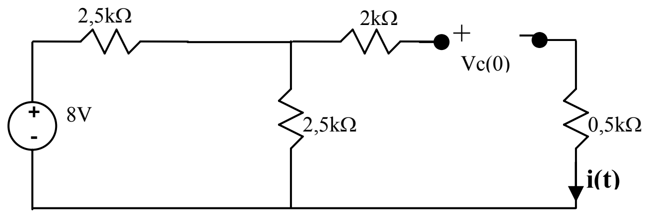
En el circuito de la figura, el interruptor lleva mucho tiempo cerrado y se abre en el instante t = 0. Se pide obtener la expresión de la intensidad i(t) para t > 0.



SOLUCIÓN 19:

Resolvemos en primer lugar para la tensión en el condensador.

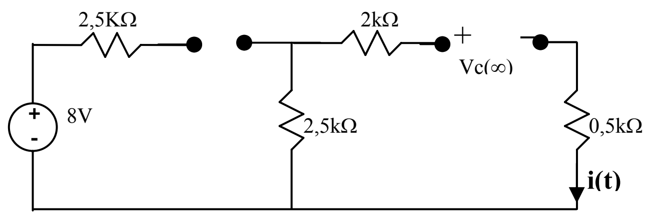
a) Valor inicial: valor estabilizado antes de abrir el interruptor:



Por divisor de tensión:

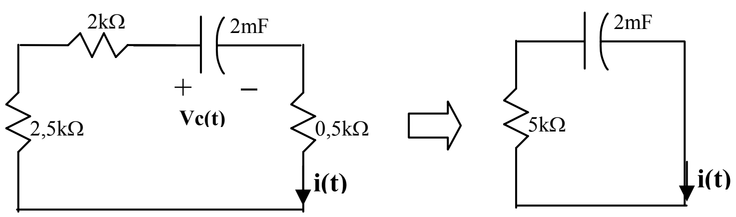
$$V_C(0) = 8 \cdot \frac{2.5}{2.5 + 2.5} = 4V$$

b) Valor en t = ∞: valor estabilizado una vez abierto el interruptor:



$$V_C(\infty) = 0$$

c) Constante de tiempo: representamos el circuito para t>0 (interruptor abierto) y agrupamos resistencias:



$$\tau = RC = 5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 10s$$

Con lo que la expresión para la tensión en el condensador queda:

$$V_C(t) = V_C(\infty) + \left(V_C(0) - V_C(\infty)\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 4 \cdot e^{-0,1t}$$

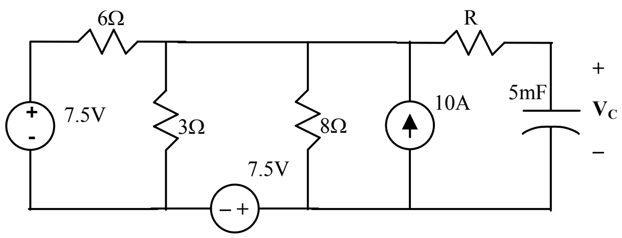
La intensidad pedida se obtiene a partir de la tensión en el condensador:

$$\boxed{\mathbf{i(t)} = -V_C / (5 \cdot 10^3) = \mathbf{-0.8 \cdot e^{-0.1t}\ mA}}$$

Junio 2000

PROBLEMA 20:

En el circuito de la figura, la tensión V_C del condensador vale –4V en t = 0:

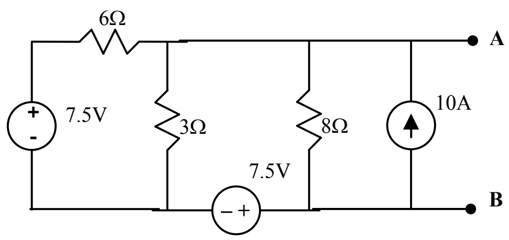


Se pide:

- Si R = 2Ω, calcular el tiempo que tardará la tensión V_C en el condensador en alcanzar +4V
- ¿Qué valor debería haber tenido R para que ese tiempo hubiera sido la mitad?

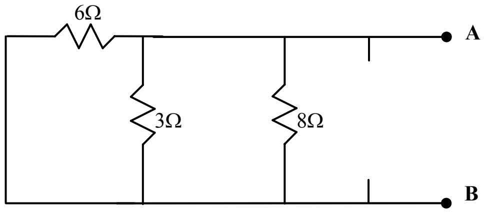
SOLUCIÓN 20:

Para facilitar los cálculos, se obtiene el equivalente Thévenin para todo el circuito salvo el condensador y la resistencia R (entre los terminales A y B):



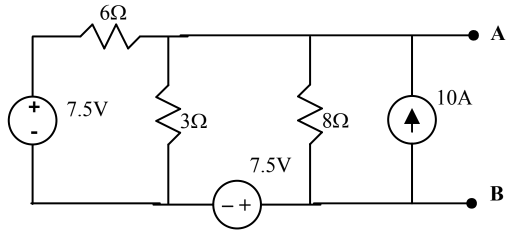
Dado que no existen fuentes dependientes, puede obtenerse el Thévenin a partir de la resistencia equivalente y de la tensión de circuito abierto:

<u>resistencia equivalente</u>



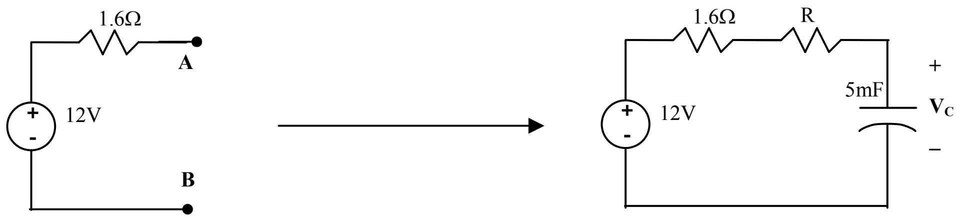
R_{EQ} = 6Ω // 3Ω // 8Ω = 1.6Ω

<u>tensión de circuito abierto</u>



Por nodos, V_{AB} = 12V

El equivalente y el circuito completo serán, por tanto:



Sobre el circuito de la derecha podemos obtener la expresión de $V_C(t)$:

- Valor inicial: $V_C(0) = -4V$
- Valor final: $V_C(\infty) = 12V$
- Constante de tiempo: $\tau = R_{EQ} \cdot C = (1.6+R) \cdot 5 \cdot 10^{-3}$

$$\boxed{V_C(t) = V_C(\infty) - \left(V_C(\infty) - V_C(0)\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 12 - 16 \cdot e^{-\frac{t}{(1.6+R) \cdot 5 \cdot 10^{-3}}}}$$

Si R = 2Ω, el tiempo en alcanzar 4V se puede despejar de la expresión anterior:

$$4 = 12 - 16 \cdot e^{-\frac{t}{3.6 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}} \quad \rightarrow \quad t = 12.5ms$$

$$\boxed{\mathbf{t = 12.5ms}}$$

Para que ese tiempo se reduzca a la mitad, debe reducirse a la mitad la constante de tiempo:

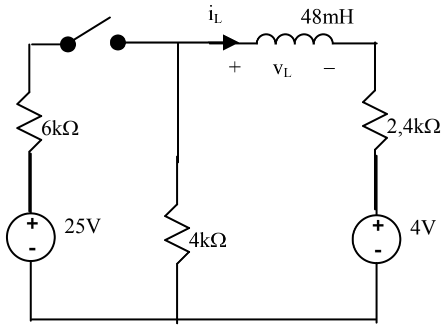
$$\tau_{nueva} = \frac{\tau}{2} \quad \rightarrow \quad (1.6 + R_{nueva}) \cdot 5 \cdot 10^{-3} = \frac{3.6 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{2} \quad \rightarrow \quad R_{nueva} = 0.2\Omega$$

$$\boxed{\mathbf{R_{nueva} = 0.2\Omega}}$$

Septiembre 2000

PROBLEMA 21:

En el circuito de la figura, el interruptor lleva mucho tiempo abierto y se cierra en el instante t = 0.



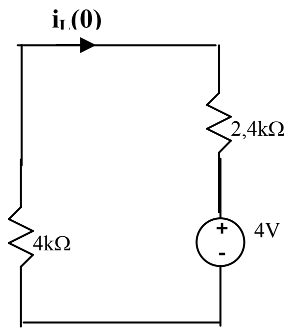
Se pide:

- expresión de la intensidad en la bobina $i_L(t)$ para t>0.
- Expresión de la tensión en la bobina $v_L(t)$ para t>0
- Representar aproximadamente ambas funciones

SOLUCIÓN 21:

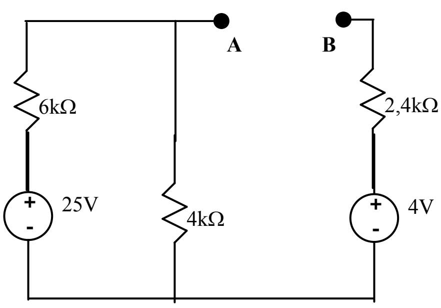
a) Obtención de las condiciones iniciales: se busca la intensidad en la bobina en t = 0

La intensidad en la bobina en $t = 0^+$ será igual a la intensidad en $t=0^-$; en ese instante nos encontramos en régimen permanente y por tanto la bobina equivale a un cortocircuito:



$$i_L(0) = \frac{-4}{4000 + 2400} = -0.625\text{mA}$$

b) Comportamiento para t > 0: se busca el equivalente Thévenin del circuito entre los extremos de la bobina, a los que llamamos A y B:



Tensión de circuito abierto:

V_A = 10V (divisor de tensión)

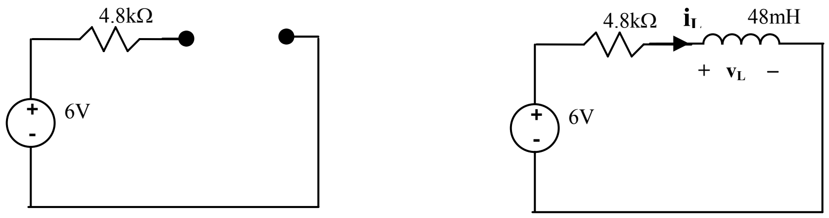
V_B = 4V

V_{AB} = 10-4 = 6V

Resistencia equivalente:

R_{EQ} = 4//6 + 2.4 = 4.8kΩ

Por tanto, el equivalente Thevenin y el circuito equivalente una vez colocada la bobina quedan:



Sobre el circuito equivalente es fácil calcular i_L y v_L:

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Donde los datos que nos hacen falta son:

$$i_L(0) = -0.625\text{mA}; \quad i_L(\infty) = \frac{6}{4800} = 1.25\text{mA}; \quad \tau = \frac{L}{R} = 10^{-5}$$

Con lo que la expresión de la intensidad queda:

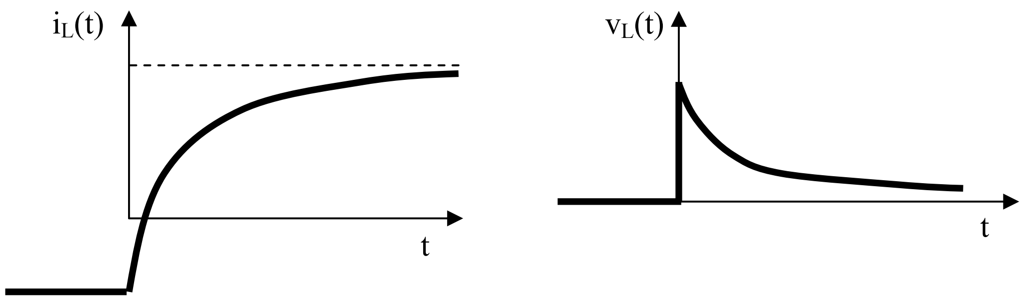
$$\boxed{\mathbf{i_L(t) = 1.25 - 1.875e^{-10^5 t}mA}}$$

Se nos pide también la expresión de la tensión en la bobina, que será:

$$v_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} = 48 \cdot 10^{-3} \cdot 1.875 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot e^{-10^5 t} = 9e^{-10^5 t}V$$

$$\boxed{\mathbf{v_L(t) = 9e^{-10^5 t}V}}$$

Una representación aproximada de ambas funciones sería la siguiente:

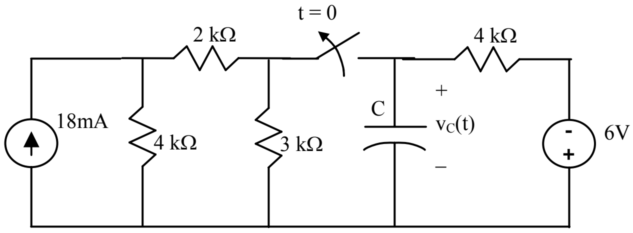


Donde se aprecia que $i_L(t)$ no presenta saltos bruscos pero $v_L(t)$ si presenta una discontinuidad en t = 0.

Diciembre 2000

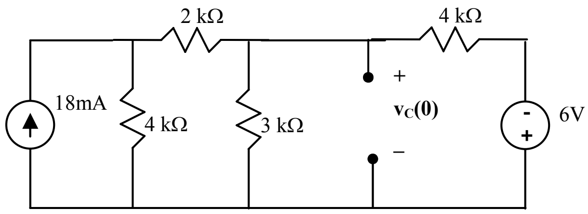
PROBLEMA 22:

En el circuito de la figura, el interruptor ha permanecido cerrado durante mucho tiempo, y se abre en el instante t = 0. Se pide dimensionar el condensador C de modo que la tensión $v_C(t)$ en el mismo tome valor cero en el instante t = 12ms.



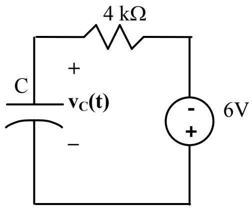
SOLUCIÓN 22:

En primer lugar se obtiene la tensión en el condensador en el instante cero, suponiendo que éste se comporta en régimen permanente (antes de mover el interruptor) como un circuito abierto:



Del análisis del circuito anterior se obtiene $v_C(0) = 14V$.

A continuación planteamos la ecuación diferencial del circuito para t>0 (una vez abierto el interruptor):



Al tratarse de un circuito sencillo es inmediato obtener la ecuación diferencial:

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{4 \cdot 10^3 \cdot C} v_c(t) = -\frac{6}{4 \cdot 10^3 \cdot C}$$

La solución de esta ecuación con la condición inicial $v_C(0) = 14V$ queda:

$$v_c(t) = -6 + 20 \cdot e^{-\frac{t}{4 \cdot 10^3 \cdot C}}$$

Se debe cumplir que $v_C(12\cdot10^{-3}) = 0V$:

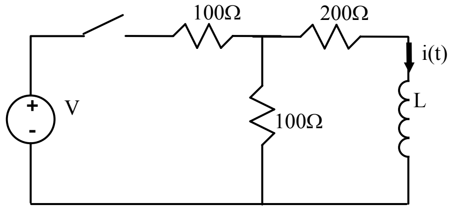
$$v_c(12\cdot10^{-3}) = -6 + 20\cdot e^{-\frac{12\cdot10^{-3}}{4\cdot10^{3}\cdot C}} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{C = 2.5\mu F}}$$

Febrero 2001

PROBLEMA 23:

En el circuito representado, el interruptor ha permanecido abierto durante mucho tiempo. En el instante t = 0 el interruptor se cierra y se observa la evolución de i(t).
Se miden los siguientes valores:

- En el instante t = 12ms se toma una primera medida, en la que i(t) vale 7mA.
- Una vez se ha estabilizado i(t) se toma otra medida, en la que i(t) vale 10mA.



Se pide determinar el valor de la fuente de tensión V y de la bobina L.

SOLUCIÓN 23:

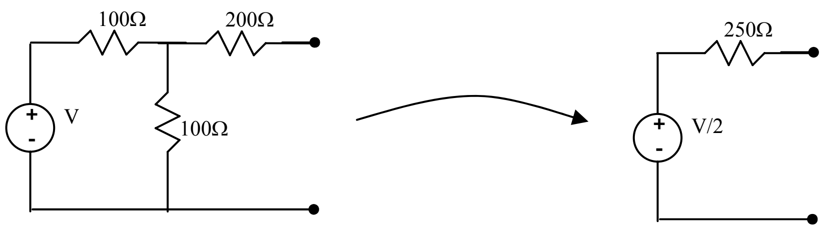
<u>Cálculo de condiciones iniciales para t = 0</u>

Si el interruptor ha estado abierto durante mucho tiempo, la intensidad en la bobina será cero.

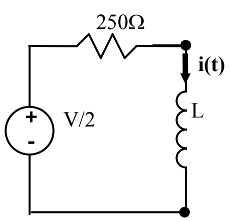
$$i(0) = 0$$

<u>Planteamiento de la ecuación diferencial para t>0</u>

Se debe simplificar el circuito hasta la forma estándar de un circuito RL. Para ello se puede hacer el equivalente Thevenin de todo el circuito salvo la bobina (calculando V_{CA} y R_{EQ}) o bien se pueden hacer transformaciones sucesivas de fuentes. En cualquier caso, el resultado al que se llega es el siguiente:



El circuito RL sobre el que hay que trabajar es, pues:



La expresión para i(t) en este circuito estándar es conocida:

$$i(t)=\frac{V}{R}+K\cdot e^{-t\cdot\frac{R}{L}}=\frac{V}{500}+K\cdot e^{-t\cdot\frac{250}{L}}$$

El valor de K se obtiene a partir de las condiciones iniciales:

$$i(0)=0=\frac{V}{500}+K \quad\rightarrow\quad K=-\frac{V}{500}$$

Con lo que la expresión para la intensidad queda:

$$i(t)=\frac{V}{500}\left(1-e^{-t\cdot\frac{250}{L}}\right)$$

A partir de esta expresión obtenemos los valores de V y de L:

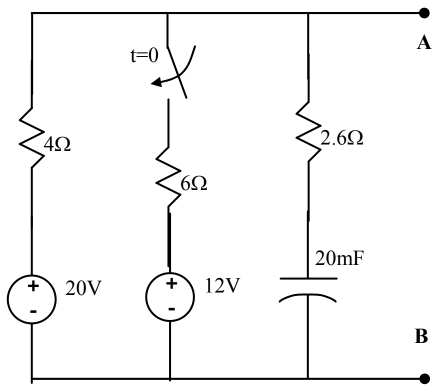
$$i(\infty)=10mA=\frac{V}{500}(1+0) \quad\rightarrow\quad \boxed{\mathbf{V = 5V}}$$

$$i(0.012)=7mA=\frac{5}{500}\left(1-e^{-0.012\frac{250}{L}}\right) \quad\rightarrow\quad \boxed{\mathbf{L = 2.5H}}$$

Junio 2001

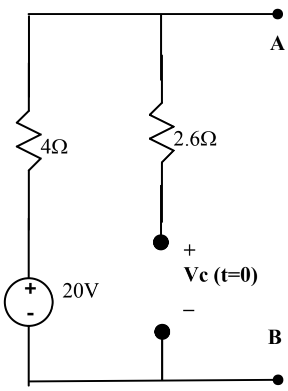
PROBLEMA 24:

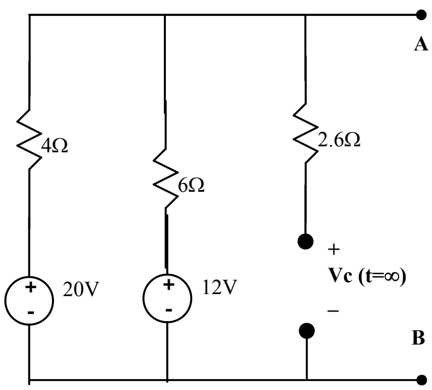
En el circuito de la figura, el interruptor ha permanecido abierto durante mucho tiempo, y se cierra en el instante t = 0. Se pide obtener la expresión de $v_{AB}(t)$ para t > 0.



SOLUCIÓN 24:

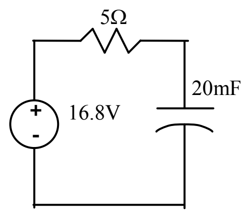
Se solucionará para la tensión en el condensador y a partir de ella se obtendrá el dato pedido.
Buscamos la tensión en el condensador en $t = 0^-$ y en $t = \infty$; en ambos casos consideramos el condensador como un circuito abierto dado que estamos en régimen permanente:





Se obtiene:
$V_C(0) = 20V$
$V_C(\infty) = 16.8V$ (mediante divisor de tensión, por ejemplo)

Falta por conocer la constante de tiempo, para ello se simplifica el circuito para t>0 hasta la forma estándar de un circuito RC. Mediante transformaciones de fuentes se llega a:



Con lo que la constante de tiempo será:
$\tau = RC = 0.1$ seg

La expresión de la tensión en el condensador quedará:
$V_C(t) = 16.8 + (20 - 16.8)e^{-10t}\ V = 16.8 + 3.2e^{-10t}\ V$
Para hallar la tensión pedida primero obtenemos la intensidad en el condensador:
$$I_C(t) = \frac{dV_C(t)}{dt} = -0.64e^{-10t}\ A$$

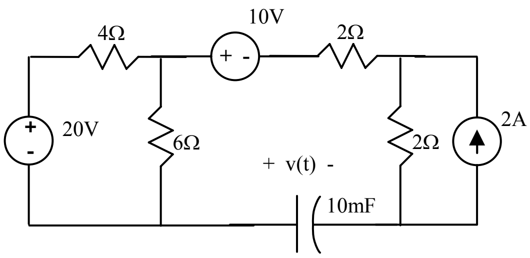
La tensión pedida será la tensión en la resistencia más la tensión en el condensador:

$$\boxed{\mathbf{V_{AB}(t)} = R \cdot I_C(t) + V_C(t) = \mathbf{16.8 + 1.54e^{-10t} V}}$$

Septiembre 2001

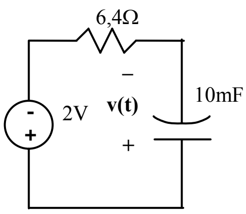
PROBLEMA 25:

Obtener la expresión de la tensión v(t) del condensador en el circuito de la figura:
Dato v(0) = 0V.



SOLUCIÓN 25:

Mediante sucesivas transformaciones de fuentes se obtiene el siguiente circuito equivalente:



Obtendremos la expresión de v(t) a partir del valor inicial, el valor final y la constante de tiempo:

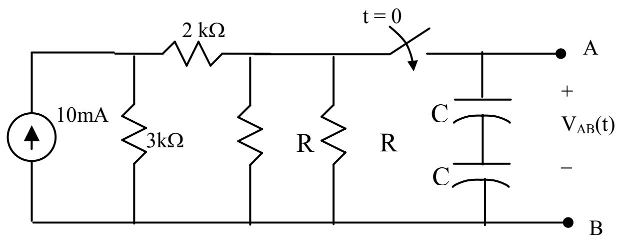
- Valor inicial: v(0) = 0V
- Valor final: v(∞) = 2V
- Cte. de tiempo: τ = RC = 0,064seg

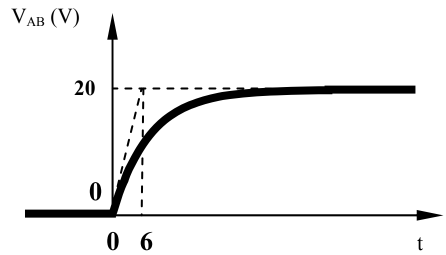
$$\boxed{\mathbf{v(t)} = v(\infty) - [v(\infty) - v(0)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \mathbf{2 \cdot \left(1 - e^{-15,625 \cdot t}\right) V}}$$

Diciembre 2001

PROBLEMA 26:

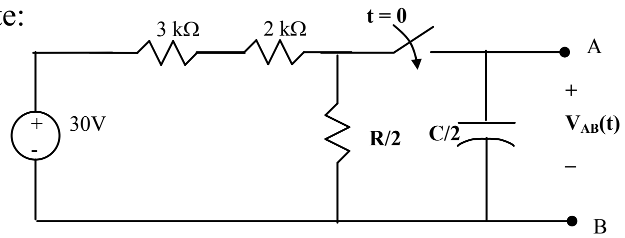
En el circuito de la figura, el interruptor ha permanecido abierto durante mucho tiempo, y se cierra en el instante t = 0. Con ayuda de un osciloscopio se registra la tensión V_{AB} y se obtiene la gráfica que se muestra en la figura. Se pide obtener los valores de R y de C en el circuito.



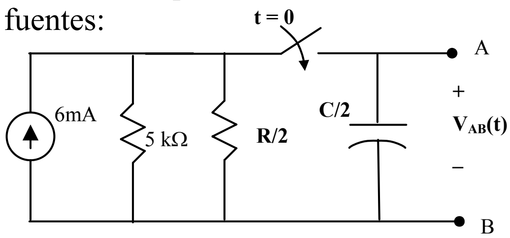


SOLUCIÓN 26:

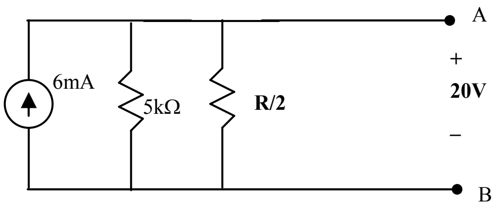
Simplificaremos el circuito paso a paso comenzando por una transformación de fuentes y los equivalentes serie y paralelo de los condensadores y las resistencias respectivamente:



A continuación se calcula el equivalente serie de las resistencias y se hace una nueva transformación de fuentes:



Sobre este circuito ya es posible calcular los valores de R y C. En primer lugar vemos a partir de la curva del enunciado cómo el valor final de la tensión (régimen permanente) es de 20V; en régimen permanente el condensador será un circuito abierto:



Sobre este circuito se calcula el valor de R:

$$R_{eq} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot R/2}{5 \cdot 10^3 + R/2} = \frac{5000R}{10000 + R}$$

$$I \cdot R_{eq} = 20V \quad \Rightarrow \quad 6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{5000R}{10000 + R} = 20 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{R = 20k\Omega}}$$

Una vez calculado R, se obtiene el valor de C teniendo en cuenta que, según la respuesta mostrada en el gráfico, la constante de tiempo es de 6ms:

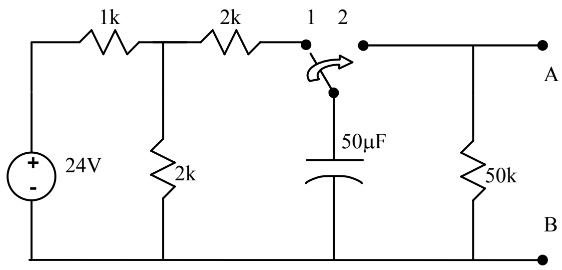
$$\tau = 6 \cdot 10^{-3} = R_{eq} \cdot \frac{C}{2} = \frac{5000R}{10000 + R} \cdot \frac{C}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{C = 3.6mF}}$$

Febrero 2002

PROBLEMA 27:

En el circuito de la figura, el interruptor ha estado en la posición 1 desde $t = -\infty$ hasta $t = 0$ y en $t = 0$ pasa bruscamente a la posición 2.

- obtened el valor de la tensión $V_{AB}(t)$ para $t > 0$.
- calculad el tiempo que tardará el condensador en alcanzar la tensión de 12V. ¿cuál sería el valor de la resistencia extra a colocar entre A y B para que alcanzara esos 12V en la mitad de tiempo?



SOLUCIÓN 27:

- ¿Valor de la tensión $V_{AB}(t)$ para $t>0$.?

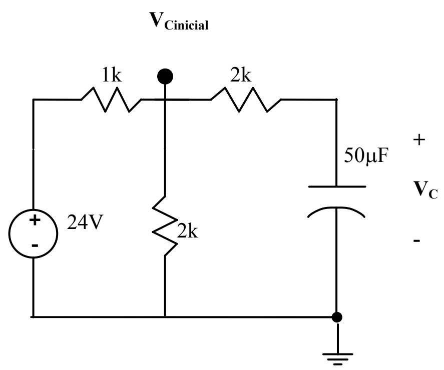
El circuito anterior es un circuito de primer orden.
La tensión $V_{AB}(t)$ es la tensión en el condensador $V_C(t)$.

<u>Transitorio en t = 0:</u>

$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal}) \cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C$$

Vamos a hallar los parámetros: V_{Cfinal}, $V_{Cinicial}$ y R_{eq}

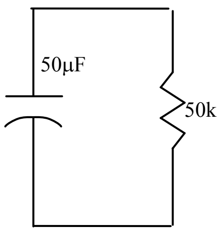
<u>Circuito para t<0:</u>



El condensador es un circuito abierto en DC, por tanto la $V_{Cinicial}$ será:

$$V_{Cinicial} = 24\frac{2}{2+1} = 16V$$

Circuito para t>0:



R_{eq}= 50kΩ

V_{Cfinal} = 0V

Sustituyendo en la ecuación del transitorio:

$$V_C(t) = 0 + (16-0)\cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = 50{\cdot}10^3{\cdot}50{\cdot}10^{-6} = 2.5s$$

$$\boxed{\mathbf{V_{AB}(t) = V_C(t) = 16e^{-0.4t}\ V}}$$

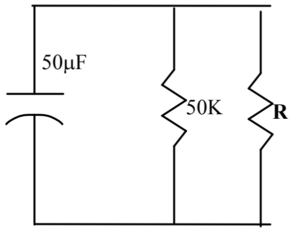
- ¿Tiempo que tardará el condensador en alcanzar la tensión de 12V?

Utilizando la expresión de la tensión en el condensador para t>0:

$$V_C(t) = 16{\cdot}e^{-0.4t}V$$
$$12 = 16{\cdot}e^{-0.4t}$$
$$\vdots$$

$$\boxed{\mathbf{t = 0.719s}}$$

- ¿Cuál sería el valor de la resistencia extra a colocar a colocar entre A y B para que alcanzara esos 12V en la mitad de tiempo?



$$t' = t/2 = 0.719/2 = 0.395s$$

Vamos a hallar la nueva constante de tiempo:

$$12 = 16 \cdot e^{-\tau' \cdot 0.359}$$

$$\tau' = 0.8$$

$$\tau' = \frac{1}{R_{eq} \cdot C} = 0.8 \rightarrow R_{eq} = 25000\Omega = 25k\Omega$$

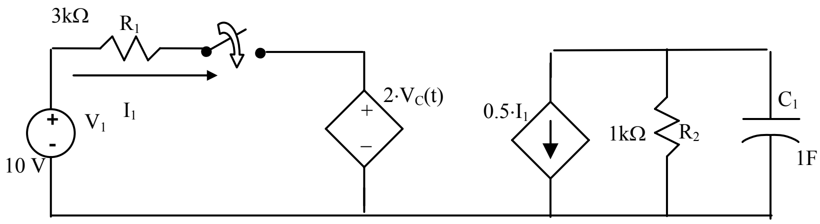
Si $Req = R // 50k\Omega = \dfrac{R \cdot 50}{R + 50} = 25k\Omega$, entonces **R=50 kΩ**

Junio 2002

PROBLEMA 28:

En el circuito de la figura, el interruptor ha estado abierto desde t = -∞ hasta t = 0 y en t = 0 se cierra.

- obtened el valor de la tensión en el condensador C_1 para t>0.
- calculad el tiempo que tardará el condensador en alcanzar la tensión de -1V.
- si duplicamos el valor de la resistencia R_2 , ¿cuál será ahora el valor final de tensión alcanzado por el condensador? ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar la tensión de –1V?



SOLUCIÓN 28:

- valor de la tensión en el condensador C_1 para t>0?

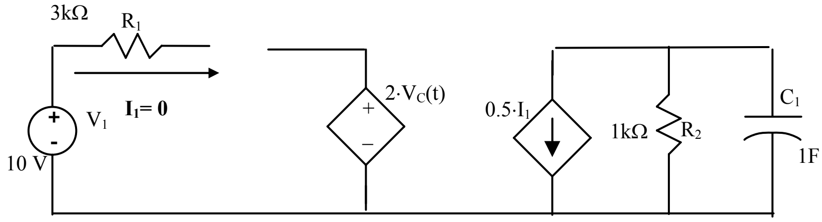
El circuito anterior es un circuito de primer orden.

Transitorio en t = 0:

$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal}) \cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C$$

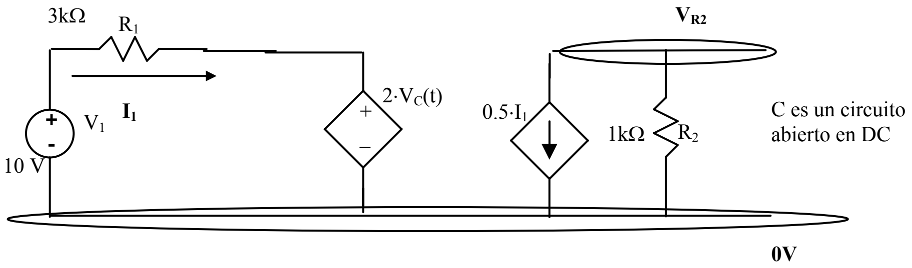
Vamos a hallar los parámetros: V_{Cfinal}, $V_{Cinicial}$ y R_{eq}:

Circuito para t<0:



Inicialmente el interruptor está abierto y no circula corriente por R_1 (I_1=0), por tanto la tensión es nula los terminales del condensador, $V_{Cinicial} = 0$.

Circuito para t>0:



$V_{Cfinal} = V_C(\infty) = V_{R2}$

En la malla de la izquierda:

$$I_1 = \frac{V_1 - 2V_C}{3} = \frac{V_1 - 2V_{R2}}{3}$$

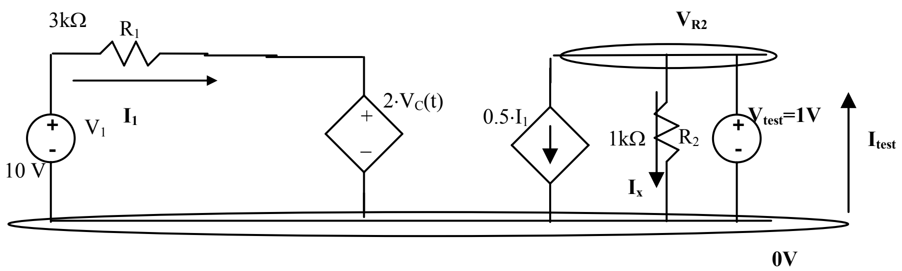
Y en la derecha:

$$0 - V_{R2} = 1 \cdot 0.5 \cdot I_1$$
$$V_{R2} = -0.5 \cdot I_1$$
$$V_{R2} = -0.5 \cdot \frac{V_1 - 2V_{R2}}{3}$$
$$\vdots$$
$$V_{R2} = -\frac{5}{2} = -2.5\text{V}$$

$$V_{Cfinal} = V_C(\infty) = V_{R2} = -2.5\text{V}$$

Para calcular la R_{eq} utilizamos el método test: anulamos la fuente independiente V1 del circuito anterior (la sustituimos por un cortocircuito), añadimos una fuente de tensión de 1V (fuente test) y hallamos el valor de la corriente test (I_{test})

$$R_{eq} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{I_{test}}$$



Ahora $V_{R2} = V_{test} = 1\text{V}$, $I_1 = \frac{0 - 2V_C}{3} = -\frac{2}{3}\text{mA}$.

Aplicamos la ley de nodos en el subcircuito de la izquierda:

$$0.5I_1 + I_X = I_{test} = \frac{V_{test}}{R_{eq}}$$

$$0.5\left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{V_{test} - 0}{1} = \frac{V_{test}}{R_{eq}}$$

$$\frac{1}{2}\left(-\frac{2}{3}\right) + 1 = \frac{1}{R_{eq}}$$

$$R_{eq} = \frac{3}{2}k\Omega = 1500\Omega$$

Sustituimos los valores de V_{Cfinal}, $V_{Cinicial}$ y R_{eq} en la expresión de la tensión en el condensador:

$$V_C(t) = -2.5 + (0 - (-2.5)) \cdot e^{-t/1500}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C = 1500 \cdot 1 = 1500$$

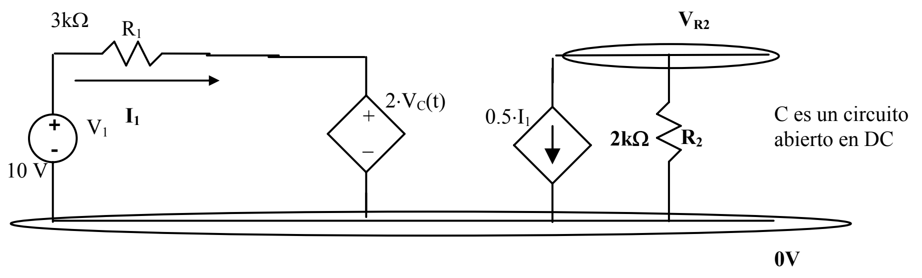
$$\boxed{\mathbf{V_C(t) = -2.5 \cdot (1 - e^{-t/1500})\ V}}$$

- tiempo que tardará el condensador en alcanzar la tensión de -1V?

$$V_C(t) = -2.5 \cdot (1 - e^{-t/1500})$$
$$-1 = -2.5 \cdot (1 - e^{-t/1500})$$
$$\vdots$$
$$\boxed{\mathbf{t = 766s}}$$

- si duplicamos el valor de la resistencia R_2 , ¿cuál será ahora el valor final de tensión alcanzado por el condensador? ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar la tensión de –1V?

Si R_2 = 2kΩ, la tensión final en el condensador cambiará:



En la malla de la izquierda:

$$I_1 = \frac{V_1 - 2V_C}{3} = \frac{V_1 - 2V_{R2}}{3}$$

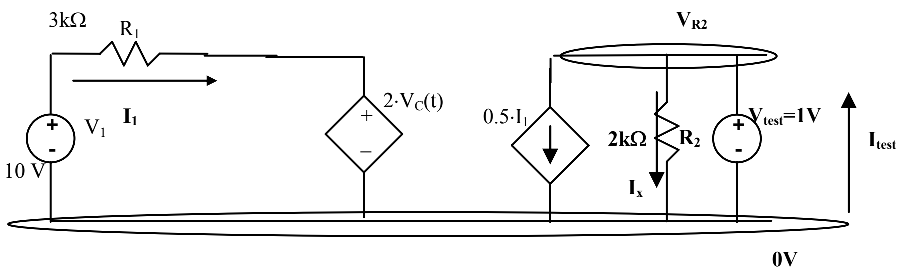
Y en la derecha:

$$\begin{aligned} &0 - V_{R2} = 2 \cdot 0.5 \cdot I_1 \\ &V_{R2} = -I_1 \\ &V_{R2} = \frac{2V_{R1} - 10}{3} \\ &\vdots \\ &V_{R2} = 10V \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbf{V_{Cfinal} = V_C\ (\infty) = V_{R2} = 10V}}$$

La R_{eq} también tendrá otro valor:

$$R_{eq} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{I_{test}}$$



Como antes, $I_1 = \frac{0 - 2V_C}{3} = -\frac{2}{3}\text{mA}$.

Aplicamos la ley de nodos en el subcircuito de la izquierda:

$$\begin{aligned} &0.5I_1 + I_X = I_{test} = \frac{V_{test}}{R_{eq}} \\ &0.5\left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{V_{test} - 0}{2} = \frac{V_{test}}{R_{eq}} \\ &\frac{1}{2}\left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{1}{2} = \frac{1}{R_{eq}} \\ &R_{eq} = 6k\Omega = 6000\Omega \end{aligned}$$

Sustituimos los valores de V_{Cfinal}, $V_{Cinicial}$ y R_{eq} en la expresión de la tensión en el condensador:

$$V_C(t) = -10 + (0 - (-10)) \cdot e^{-t/6000}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C = 6000 \cdot 1 = 6000$$

$$V_C(t) = -10 \cdot (1 - e^{-t/6000}) \text{ V}$$

Con $R_2 = 2k\Omega$, el condensador tardará en alcanzar la tensión de -1V un tiempo algo menor:

$$V_C(t) = -10 \cdot (1 - e^{-t/1500})$$

$$-1 = -10 \cdot (1 - e^{-t/1500})$$

$$\vdots$$

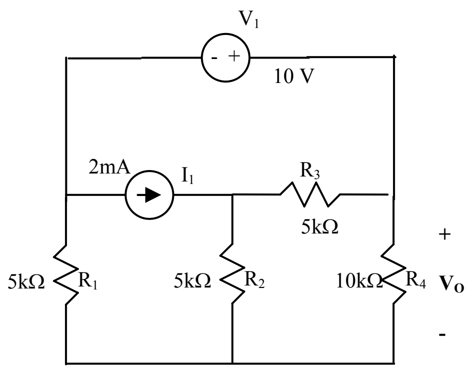
$$\boxed{\mathbf{t = 632s}}$$

Septiembre 2002

PROBLEMA 29:

En el circuito siguiente,

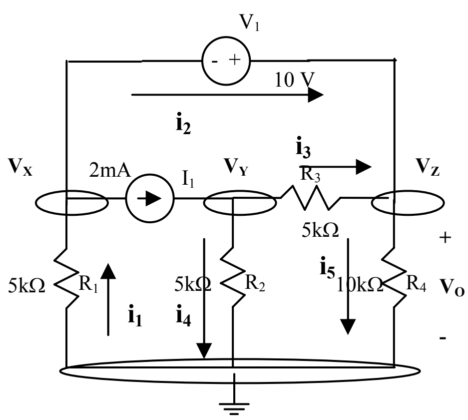
- Calculad el valor de la tensión en los extremos de la resistencia R4 y la potencia que consume.
- Si se sustituye la resistencia R4 por una capacidad, hallad la tensión final que alcanzará este elemento. ¿Cuál ha de ser el valor de la capacidad para que alcance en sus extremos una tensión de 1V en 2 segundos?
  (Suponed que la capacidad se halla inicialmente descargada, $V_C(0) = 0$)



SOLUCIÓN 29:

- Calculad el valor de la tensión en los extremos de la resistencia R4 y la potencia que consume.

SOLUCION A:
Un posible solución consiste en resolver el circuito mediante el análisis de nodos:



Nodo Vx:

$$i_1 = i_2 + 2 \quad \rightarrow \quad \frac{0 - V_X}{5} = i_2 + 2$$

Nodo V_Y:

$$2 = i_4 + i_3 \quad \rightarrow \quad 2 = \frac{V_Y - 0}{5} + \frac{V_Y - V_Z}{5}$$

Nodo V_Z:

$$i_2 + i_3 = i_5 \quad \rightarrow \quad i_2 + \frac{V_Y - V_Z}{5} = \frac{V_Z - 0}{10}$$

Además se cumple: $\qquad V_Z - V_X = 10$

La tensión que se nos pide es Vo, denominada V_Z en el sistema de ecuaciones anterior, que si resolvemos correctamente da como resultado V_Z = 2.5V.
Por tanto:

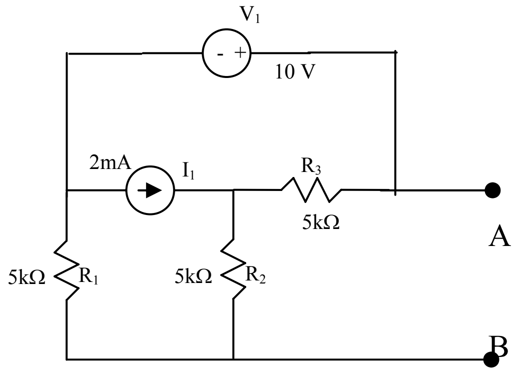
Vo = 2.5V

y la corriente por la resistencia valdrá 0.25 mA, por lo que la potencia consumida será:

P = V*I = 2.5 * 0.25 **= 0.625 mW.**

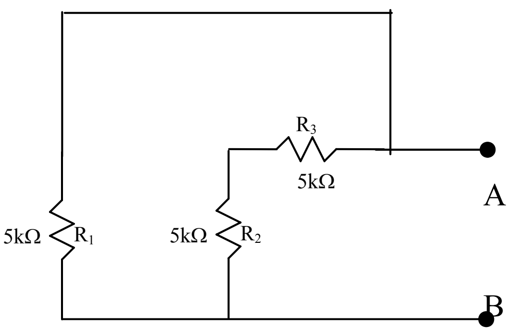
SOLUCIÓN B:

También es posible hallar la tensión Vo utilizando el teorema de Thevenin.
Vamos a calcular el equivalente Thevenin del circuito visto desde los terminales de la resistencia R_4:



Cálculo de R_{th}:

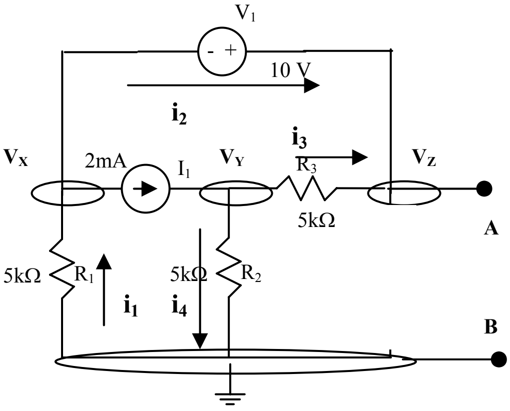
Anulamos las fuentes independientes (sustituyendo la fuente de corriente por un circuito abierto y la fuente de tensión por un cortocircuito) y el circuito resistivo que queda es el siguiente:



$$R_{th} = R_1 \,//\, (R_3 + R_2) = 5 \,//\, 10 = \frac{5 \cdot 10}{5+10} = \frac{10}{3}$$

$= 3.3 k\Omega$

Cálculo de V_{th}:



Nodo Vx:

$$i_1 = i_2 + 2 \quad \rightarrow \quad \frac{0 - V_X}{5} = i_2 + 2$$

Nodo V_Y:

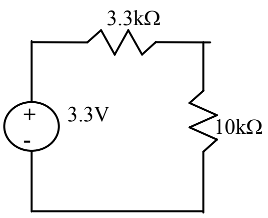
$$2 = i_4 + i_3 \quad \rightarrow \quad 2 = \frac{V_Y - 0}{5} + \frac{V_Y - V_Z}{5}$$

Nodo V_Z: $\quad i_2 + i_3 = 0 \quad \rightarrow \quad i_2 + \dfrac{V_Y - V_Z}{5} = 0$

Además se cumple: $\qquad V_Z - V_X = 10$

Si resolvemos correctamente el sistema de ecuaciones anterior, se obtiene $V_Z = 3.3V$. Por tanto $V_{th} = 3.3V$**.**

Conocido el equivalente completo se puede obtener el dato pedido:



Con la resistencia de 10kΩ:

I = 3.3V/13.3kΩ = 0.25mA

Vo = I · 10kΩ = **2.5V**

P = V*I = 2.5 * 0.25 **= 0.625 mW**

- Si se sustituye la resistencia R4 por una capacidad, hallad la tensión final que alcanzará este elemento. ¿Cuál ha de ser el valor de la capacidad para que alcance en sus extremos una tensión de 1V en 2 segundos?
  (Suponed que la capacidad se halla inicialmente descargada, $V_C(0) = 0$)

Utilizando el equivalente Thevenin calculado en el apartado anterior, vemos que la tensión final alcanzada por el condensador será la tensión de Thevenin de 3.3V. La expresión del transitorio de la tensión en el condensador será :

$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal}) \cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C = 3333C$$
$$V_C(t) = 3.3 + (0 - 3.3) \cdot e^{-t/3333C} = 3.3 \cdot (1 - \cdot e^{-t/3333C})$$

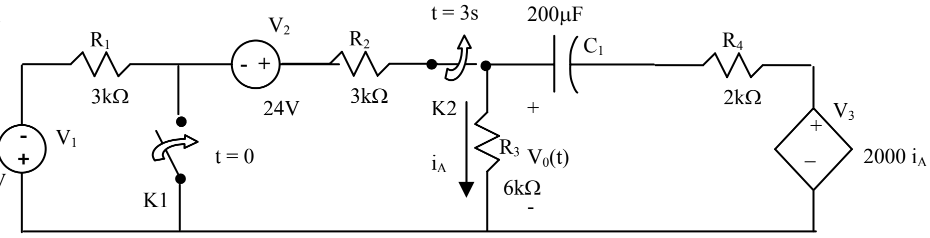
Si queremos que el condensador alcance una tensión de 1V en 2 segundos, sustituimos estos valores en la expresión de la tensión en el condensador:

$V_C(t) = 3.3 \cdot (1 - \cdot e^{-2/3333C}) = 1 \rightarrow$ **C=0.0017F=1.7mF**

Diciembre 2002

PROBLEMA 30:

En el circuito siguiente,



- Calculad el valor de la tensión $V_0(t)$, sabiendo que el interruptor K1 se cierra en $t = 0$ y el interruptor K2 se abre en $t = 3s$.
- Dibujad la gráfica de la tensión $V_0(t)$.

SOLUCIÓN 30:

Se trata de un circuito RC de primer orden.

Intervalos de tiempo a estudiar:

$t < 0 \rightarrow$ K1 abierto y K2 cerrado

$0 \leq t < 3 \rightarrow$ K1 cerrado y K2 cerrado

$3 \leq t < \infty \rightarrow$ K1 cerrado y K2 abierto

1^er Transitorio (de $t < 0$ a $0 \leq t < 3$)

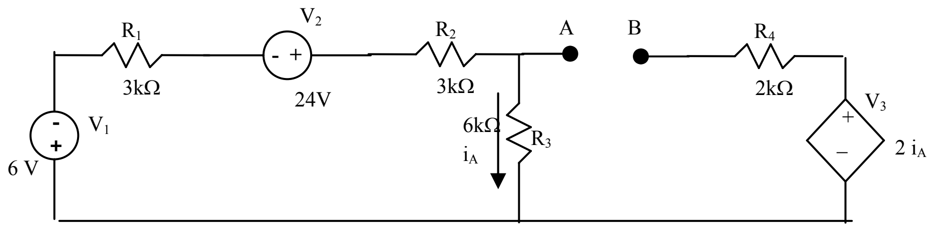
2º Transitorio (de $0 \leq t < 3$ a $3 \leq t < \infty$)

<u>1^er Transitorio:</u>

Cambio en $t = 0$, interruptor K1 se cierra. Hallaremos primero la tensión V_C en extremos del C, y luego obtendremos la tensión $V_0(t)$.

$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal})e^{-t/\tau} \quad ; \quad \tau = R_{eq} \cdot C$$

Circuito para t<0 (K1 abierto y K2 cerrado):



A partir de este circuito calculamos el valor de $V_{Cinicial}$.
Utilizaremos el sistema kΩ, mA y V. Por tanto, la fuente dependiente V_3, $V_3=2i_A$, si i_A se expresa en mA.

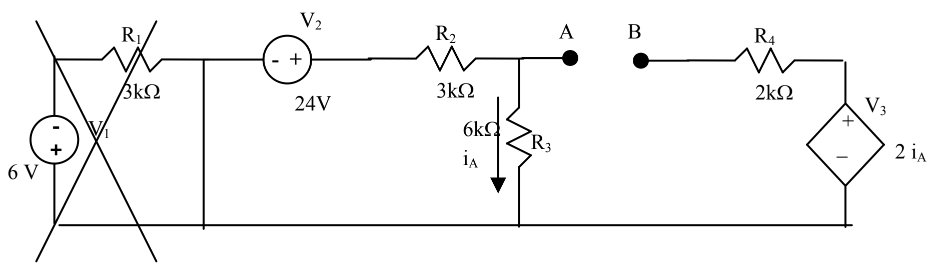
$$V_{Cinicial} = V_A - V_B = 9 - 3 = 6V$$

$$V_A = (24-6)\frac{6}{6+3+3} = 9V \quad \text{(circuito divisor de tension)}$$

$$V_B = 2i_A = 2\frac{3}{2} = 3V \quad (V_B \text{ es igual a } V_3 \text{ ya que al ser un abierto no circula corriente})$$

$$i_A = \frac{V_A}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}mA$$

Circuito para $0 \leq t < 3$ (K1 cerrado y K2 cerrado):



A partir de este circuito calculamos el valor de V_{Cfinal} y R_{eq}.

Cálculo de V_{Cfinal}:

$$V_{Cfinal} = V_A - V_B = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}V = 10.66V$$

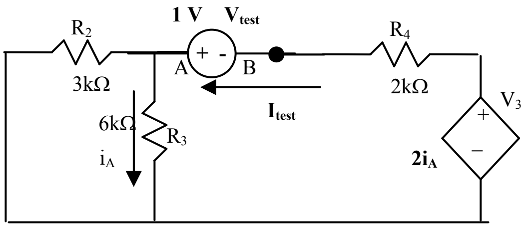
$$V_A = 24\frac{6}{6+3} = 16V \quad \text{(circuito divisor de tension)}$$

$$V_B = 2i_A = 2\frac{8}{3} = \frac{16}{3}V = 5.3V \quad (V_B \text{ es igual a } V_3 \text{ ya que al ser un abierto no circula corriente})$$

$$i_A = \frac{V_A}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}mA$$

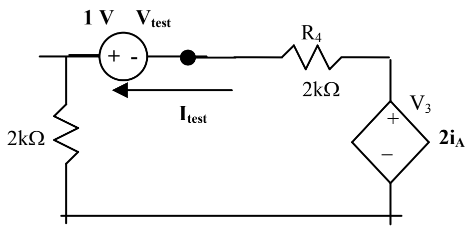
Cálculo de R_{eq}:

Utilizamos el método test para hallar el valor de la R_{eq} vista desde los terminales del condensador, por tanto anulamos las fuentes independientes y colocamos una fuente de tensión test de valor 1V en los terminales A-B:



$$R_{eq} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{I_{test}}$$

Si nos fijamos en el circuito anterior, podemos agrupar las resistencias R2 y R3 para hallar así más fácilmente I_{test}:



Aplicando mallas:
$$(2i_A + 1) = I_{test}(2+2)$$

Y el valor de $\mathbf{i_A}$, lo obtenemos aplicando la relación entre corrientes en un divisor de corriente:

$$i_A = I_{test}\frac{3}{3+6} = \frac{I_{test}}{3}$$

A partir de las dos ecuaciones anteriores, obtenemos el valor de I_{test} y R_{eq}.

$$\left.\begin{aligned} (2i_A + 1) &= I_{test}(2+2) \\ i_A &= \frac{I_{test}}{3} \end{aligned}\right\} \rightarrow I_{test} = \frac{3}{10}mA \rightarrow R_{eq} = \frac{1}{3/10} = \frac{10}{3}k\Omega$$

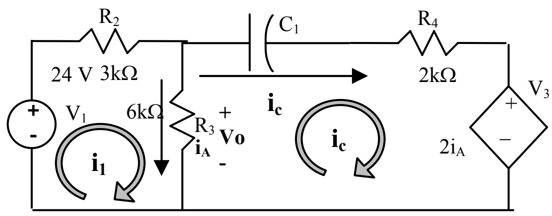
y con este ultimo resultado calculamos la constante de tiempo:

$$\tau = R_{eq}\cdot C = \frac{10}{3}\cdot 10^3\cdot 200\cdot 10^{-6} = \frac{2}{3}s$$

y sustituyendo en la fórmula de la tensión en el condensador:

$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal})e^{-t/\tau} = \frac{32}{3} + (6 - \frac{32}{3})e^{-\frac{3}{2}t} = \frac{32}{3} - \frac{14}{3}e^{-\frac{3}{2}t} = 10.\widehat{6} - 4.\widehat{6}e^{-\frac{3}{2}t}\,V$$

Ahora vamos a hallar $V_0(t)$:



Cálculo de la corriente por el condensador:

$$i_c = C\frac{dV_C}{dt} = 200\cdot 10^{-6}\cdot\frac{-14}{3}\cdot\frac{-3}{2}e^{-\frac{3}{2}t} =$$

$$.... = 1.4\cdot 10^{-3}e^{-\frac{3}{2}t}A = 1.4\cdot e^{-\frac{3}{2}t}mA$$

Si analizamos el circuito anterior por mallas:

malla 2 $\rightarrow$ $i_c = 1.4\cdot e^{-\frac{3}{2}t}mA$

malla 1 $\rightarrow$ $24 = 3i_1 + 6(i_1 - i_c)$, resolviendo la ecuación: $i_1 = \frac{8}{3} + \frac{2.8}{3}\cdot e^{-\frac{3}{2}t}mA$

y ahora ya podemos hallar el valor de $V_0(t)$:

$$\mathbf{V_0(t)} = 6i_A = 6(i_1 - i_c) = ... = \mathbf{16 - 2.8e^{-\frac{3}{2}t}V}$$

$$V_0(0^+) = 16 - 2.8e^{-\frac{3}{2}0} = 13.2V$$

$$V_0(0^-) = 9V$$

$$V_0(\infty) = 15.98V \approx 16V$$

2º Transitorio:

Cambio en t = 3, interruptor K2 se abre. Hallaremos primero la tensión V_C en extremos del C, y luego obtendremos la tensión $V_0(t)$.

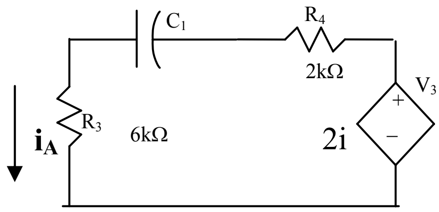
$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal})e^{-(t-3)/\tau} \ ; \ \tau = R_{eq}\cdot C$$

Circuito para t<3 (K1 cerrado y K2 cerrado):

$$V_{Cinicial} = V_C(3^-) = \frac{32}{3} - \frac{14}{3}e^{-\frac{3}{2}3} = 10.6148V = V_C(3^+) \quad \rightarrow \quad \text{Existe continuidad en } V_C$$

$$V_0(3^-) = 16 - 2.8e^{-\frac{3}{2}3} = 15.9689V \neq V_0(3^+) \ \rightarrow \ \text{Cambio brusco en } V_0$$

Circuito para t≥3 (K1 cerrado y abierto):



A partir de este circuito calculamos el valor de V_{Cfinal} y R_{eq}.

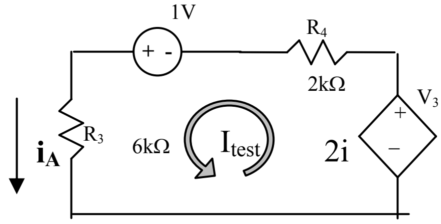
Cálculo de V_{Cfinal}:

$V_{Cinicial} = 0V$

Debido a que no hay fuentes independientes en el circuito.

Cálculo de R_{eq}:

Utilizamos el método test para hallar el valor de la R_{eq} vista desde los terminales del condensador, colocamos una fuente de tensión test de valor 1V en los terminales A-B:



$$R_{eq} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{I_{test}}$$

Ecuación de malla:

$$I_{test} = \frac{1 + 2I_{test}}{8} \rightarrow I_{test} = \frac{1}{6}mA \rightarrow R_{eq} = 6k\Omega$$

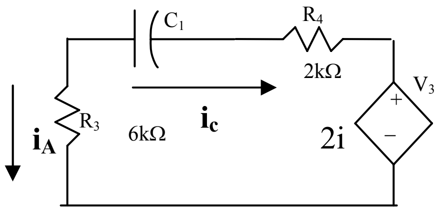
y con este ultimo resultado calculamos la constante de tiempo:

$$\tau = R_{eq} \cdot C = 6 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = \frac{6}{5} s = 1.2 s$$

y sustituyendo en la fórmula de la tensión en el condensador:

$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal})e^{-t/\tau} = 0 + (10.6148 - 0)e^{-\frac{5}{6}(t-3)} = 10.6148 e^{-\frac{5}{6}(t-3)} V$$

Ahora vamos a hallar $V_0(t)$:



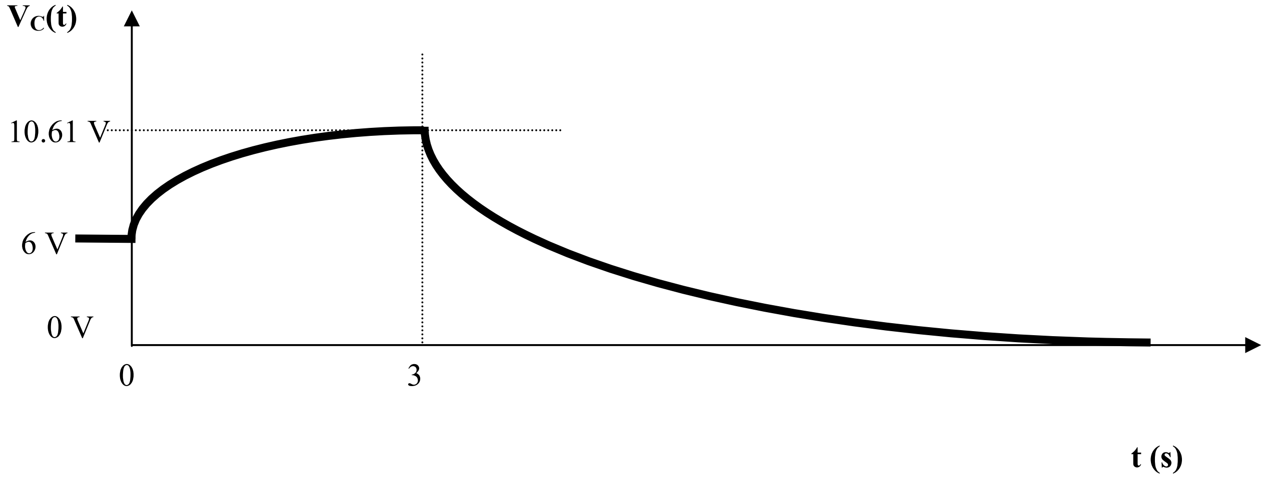
$$i_c = C\frac{dV_C}{dt} = 200 \cdot 10^{-6} \cdot 10.6148 \cdot \frac{-5}{2} e^{-\frac{5}{6}(t-3)} = -0.0018 e^{-\frac{5}{6}(t-3)} A = -1.8 e^{-\frac{5}{6}(t-3)} mA$$

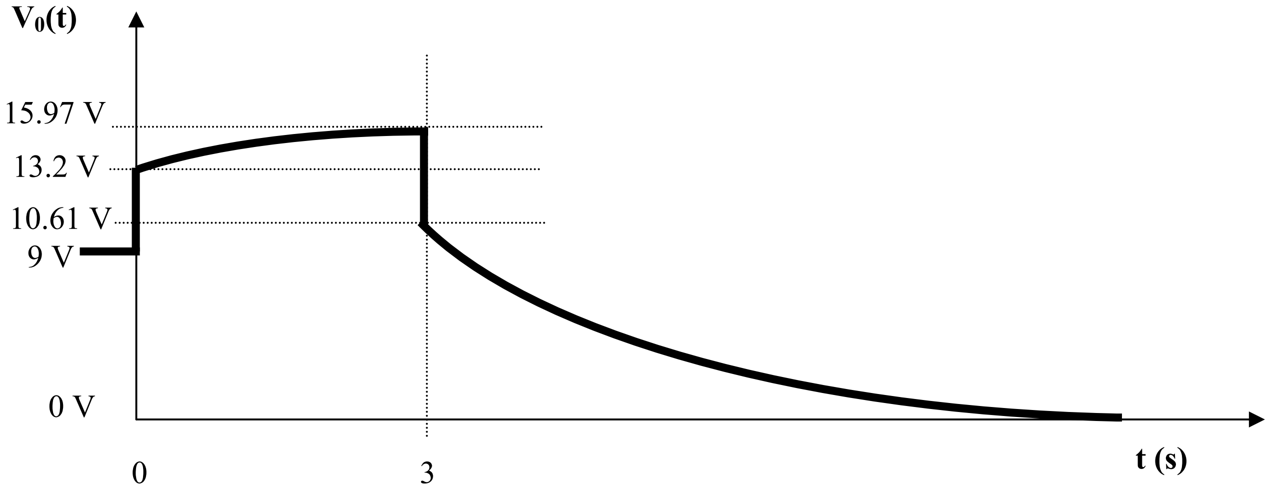
$$\boxed{\mathbf{V_0(t)} = 6 i_A = 6(-i_c) = ... = \mathbf{10.6148 e^{-\frac{5}{6}(t-3)} V}}$$

En resumen:

intervalo	**$V_C(t)$**	**$V_0(t)$**
$t < 0$	6 V	9 V
$t = 0^-$	6 V	9 V
$t = 0^+$	6 V	13.2 V
$0 < t < 3$	$10.67 - 4.67e^{-(3/2)t}$	$16 - 2.8e^{-(3/2)t}$
$t = 3^-$	10.6 V	16 V
$t = 3^+$	10.6 V	10.6 V
$t > 3$	$10.6e^{-(5/6)(t-3)}$	$10.6e^{-(5/6)(t-3)}$
$t \to \infty$	0 V	0 V

Gráficos aproximados de las tensiones en el condensador $V_C(t)$ y $V_0(t)$:

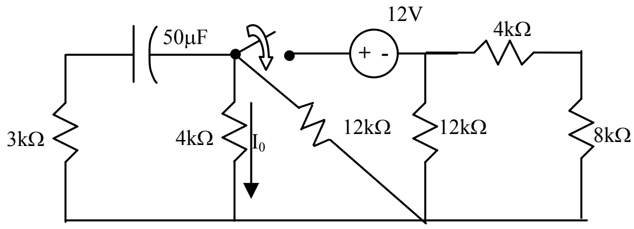




Febrero 2003

PROBLEMA 31:

En el circuito de la figura, el interruptor lleva abierto mucho tiempo y se cierra en el instante t = 0, calculad la corriente I_0 a lo largo del tiempo y representadla gráficamente.



SOLUCIÓN 31:

El circuito anterior es un circuito de primer orden, se hallará la tensión en el condensador en primer lugar y a partir de ella se obtendrá el dato pedido $I_0(t)$.

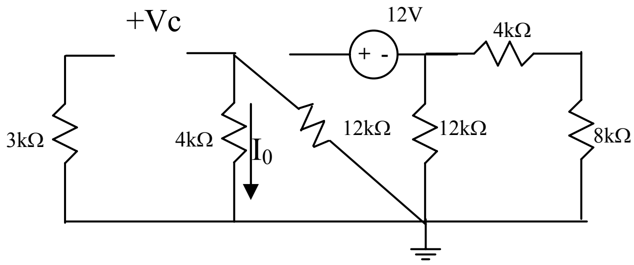
<u>Transitorio en t = 0:</u>

$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal}) \cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C$$

Vamos a hallar los parámetros: V_{Cfinal}, $V_{Cinicial}$ y R_{eq}

Circuito para t<0:

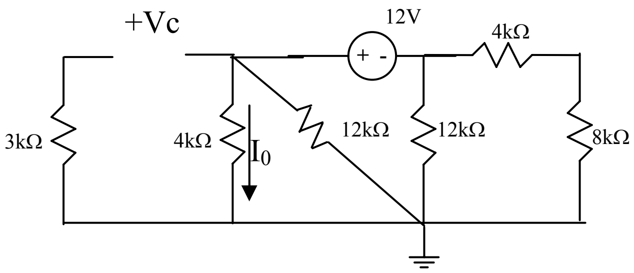
El condensador es un circuito abierto en DC:



por lo tanto:

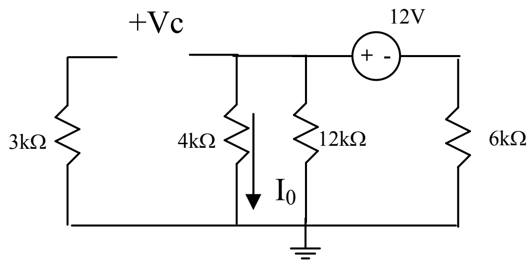
$$V_C(0^-) = V_{C\,inicial} = 0V$$
$$I_0(0^-) = 0mA$$

Circuito para t>0:



Podemos simplificar el circuito anterior, agrupando las resistencias situadas a la derecha de la fuente de 12V:

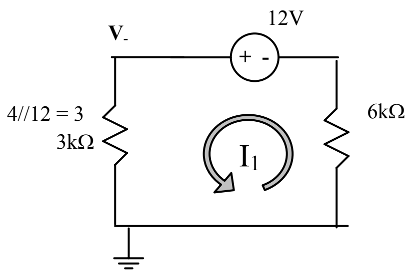
$$4k\Omega \text{ en serie con } 8\ k\Omega \ \rightarrow\ 12\ k\Omega$$
$$12\ k\Omega \text{ en paralelo con } 12\ k\Omega \ \rightarrow\ 6\ k\Omega$$



a partir del circuito anterior se obtiene V_{Cfinal} y R_{eq}:

$$V_{Cfinal} = V_C(\infty) = V_+ - V_-$$

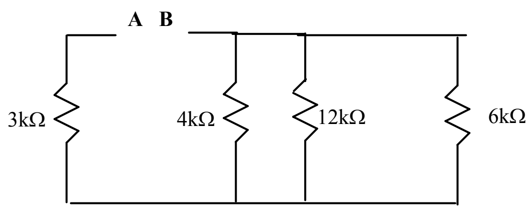
Resulta evidente que $V_+ = 0$, y V_- se obtiene de la siguiente forma:



$$I_1 = \frac{12}{6+3} = \frac{4}{3}\text{mA}$$
$$V_- = I_1 \cdot 3 = 4V$$

Por tanto, $V_{Cfinal} = V_C(\infty) = V_+ - V_- = -4V$

Cálculo de R_{eq}:



R_{eq}= 4 en paralelo con 12 en paralelo con 6 y en serie con 3.

R_{eq}= 4//12//6 + 3 = 3//6 + 3 = 2 + 3 =5kΩ

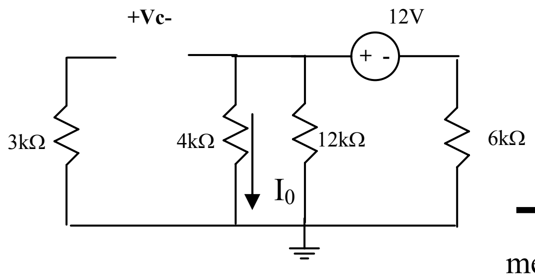
R_{eq}= 5kΩ

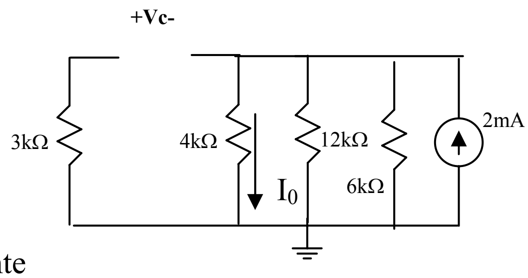
Sustituyendo en la ecuación del transitorio:

$$V_C(t) = -4 + (0-(-4)) \cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C = 5 \cdot 10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 0.25s; \quad \frac{1}{\tau} = 4$$

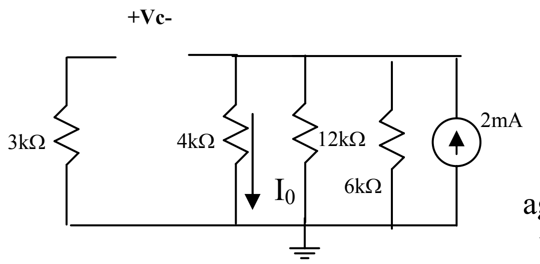
$$V_C(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ -4 + 4 \cdot e^{-4t} & t \geq 0 \end{cases}$$

Ahora se obtiene $I_0(t)$ para t >=0, a partir del circuito para t > 0 y el dato de la tensión en el condensador :

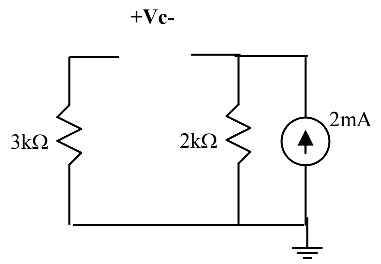


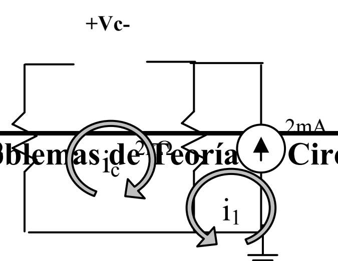


mediante transformación de fuentes



mediante agrupación de resistencias



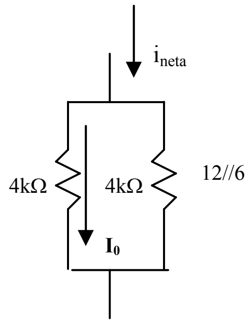


Ecuaciones de malla:

$i_1 = 2mA$

$$i_c = C\frac{dV_C}{dt} = 50\cdot 10^{-6}\cdot(0 + 4\cdot(-4)e^{-4t}) = -0.8e^{-4t}mA$$

$$i_{neta(R=2k)} = i_1 + i_c = 2 - 0.8e^{-4t}mA$$



La corriente $I_0(t)$ la obtenemos mediante el divisor de corriente formado por la resistencias del dibujo de la izquierda:

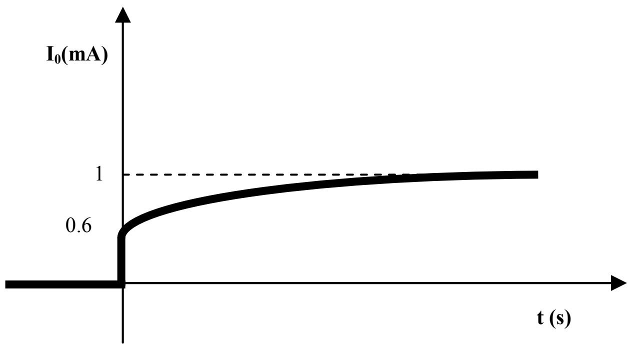
$$I_0 = i_{neta}\frac{4}{4+4} = \frac{i_{neta}}{2} = 1 - 0.4e^{-4t}mA$$

Por tanto, el valor de la corriente para todo el intervalo temporal es el siguiente:

$$\boxed{\mathbf{I_0 = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 - 0.4e^{-4t}mA & t \geq 0 \end{cases}}}$$

Para realizar la representación gráfica, se detalla el resultado anterior:

$$I_0 = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 0.6mA & t = 0^+ \\ 1 - 0.4e^{-4t}mA & t > 0 \\ 1 & t \to \infty \end{cases}$$

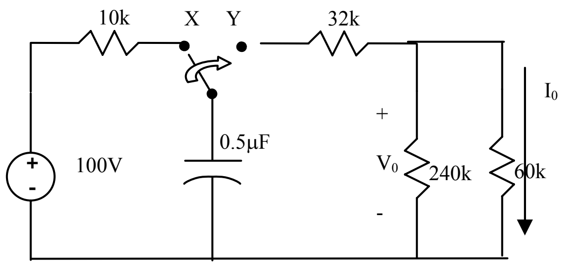


En el gráfico es posible apreciar el cambio brusco de corriente que se produce en t = 0, la corriente pasa de ser nula a valer 0.6 mA.

Junio 2003

PROBLEMA 32:

El interruptor del circuito de la figura ha estado en la posición X mucho tiempo. En el instante t = 0 se cambia instantánemente el interruptor a la posición Y.



a) Encontrar la tensión $V_0(t)$ y la corriente $I_0(t)$ para el intervalo de tiempo $0 < t < \infty$.
b) Representar gráficamente de forma aproximada las expresiones anteriores.

SOLUCIÓN 32:

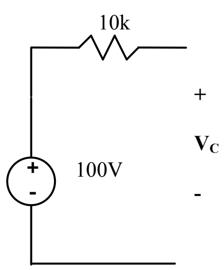
El circuito anterior es un circuito de primer orden, se hallará la tensión en el condensador en primer lugar y a partir de ella se obtendrán los datos pedidos $V_0(t)$ e $I_0(t)$.

$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal}) \cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C$$

Vamos a hallar los parámetros: V_{Cfinal}, $V_{Cinicial}$ y R_{eq}

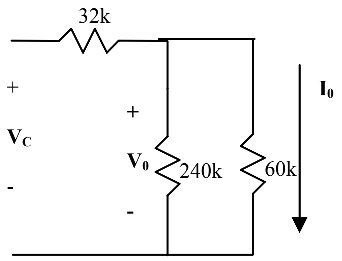
Circuito para t<0:

El condensador es un circuito abierto en DC:



$$V_C(0^-) = V_{C\,inicial} = 100V$$
$$I_0(0^-) = 0mA$$
$$V_0(0^-) = 0V$$

Circuito para t>0:



a partir del circuito anterior se obtiene V_{Cfinal} y R_{eq}:

$$V_{Cfinal} = V_C(\infty) = V_+ - V_- = 0V$$

R_{eq}= 240k en paralelo con 60 k y en serie con 32k.
R_{eq}= 240//60 + 32 = 48 + 32 = 80kΩ
R_{eq}= 80kΩ

Sustituyendo en la ecuación del transitorio:

$$V_C(t) = 0 + (100 - 0) \cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C = 80 \cdot 10^3 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} = 0.04s = 40ms; \quad \frac{1}{\tau} = 25$$

$$V_C(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 100e^{-25t}V & t \geq 0 \end{cases}$$

Ahora se obtienen $V_0(t)$ e $I_0(t)$ para t >=0, a partir del circuito para t > 0 y el dato de la tensión en el condensador :

$V_0(t)$ es la tensión del divisor de tensión: $V_0(t) = V_C(t) \cdot \frac{48}{32+48} = ... = 60e^{-25t}V$

y obviamente: $I_0(t) = \frac{V_0(t)}{60} = ... = e^{-25t}mA$

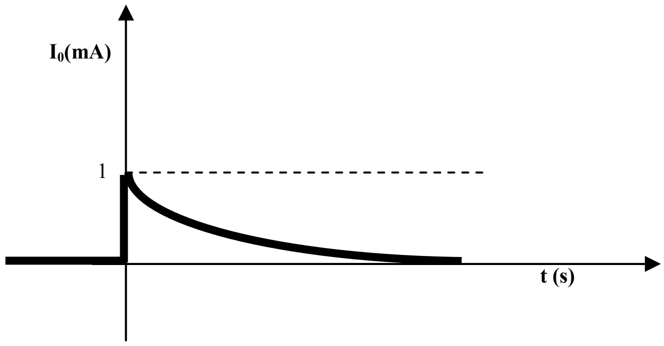
Por tanto, los valores de $V_0(t)$ e $I_0(t)$ para todo el intervalo temporal son:

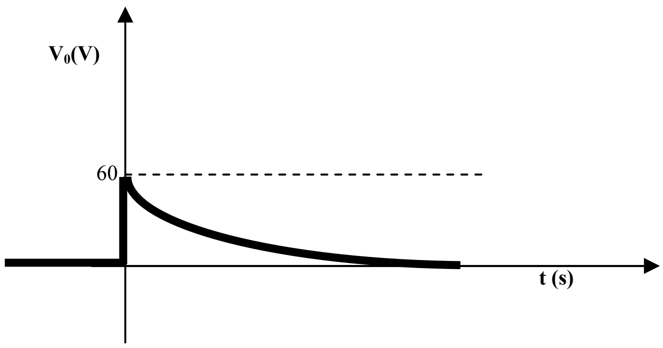
$$\boxed{\mathbf{V_0} = \begin{cases} \mathbf{0} & \mathbf{t < 0} \\ \mathbf{60e^{-25t}V} & \mathbf{t \geq 0} \end{cases} \qquad \mathbf{I_0} = \begin{cases} \mathbf{0} & \mathbf{t < 0} \\ \mathbf{e^{-25t}mA} & \mathbf{t \geq 0} \end{cases}}$$

Para realizar la representación gráfica, se detalla el resultado anterior:

$$V_0 = \begin{cases} 0 \quad t<0 \\ 60V \quad t=0^+ \\ 60e^{-25t}V \quad t>0 \\ 0 \quad t\to\infty \end{cases} \qquad I_0 = \begin{cases} 0 \quad t<0 \\ 1mA \quad t=0^+ \\ e^{-25t}mA \quad t>0 \\ 0 \quad t\to\infty \end{cases}$$

En los gráficos siguientes es posible apreciar el cambio brusco de corriente y tensión que se produce en t=0.

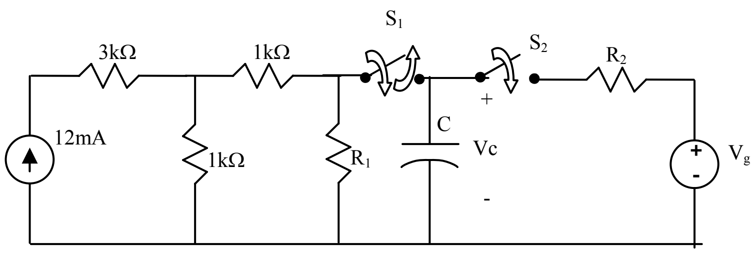


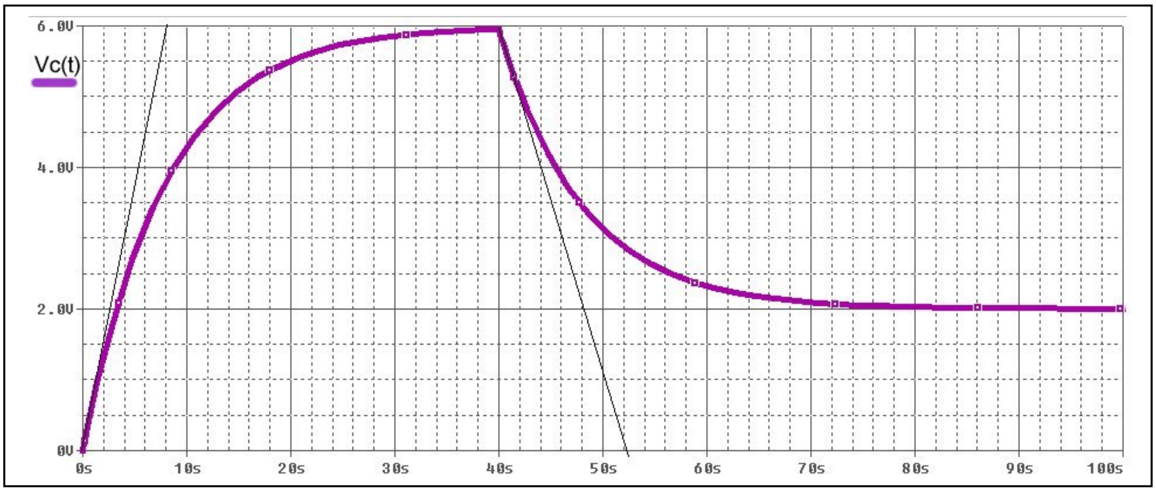


Septiembre 2003

PROBLEMA 33:

En el circuito de la figura se desconocen los valores de R_1, R_2, V_g y C.
Inicialmente los interruptores S_1 y S_2 se encuentran abiertos. En t = 0 se cierra S_1. Al cabo de 40 segundos se cierra el interruptor S_2 y se abre de nuevo S_1.
Se pide obtener razonadamente los mencionados valores a partir de la curva de comportamiento de la tensión en extremos del condensador descrita en la figura.



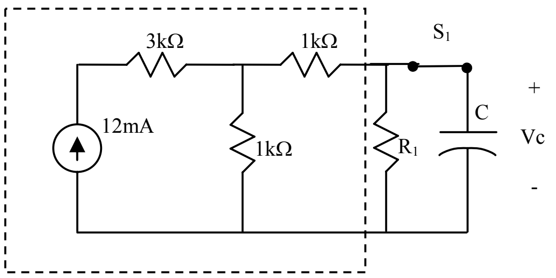


SOLUCIÓN 33:

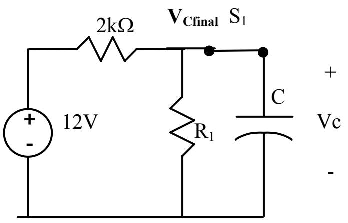
En el gráfico se aprecian los dos transitorios que ocurren en el circuito durante el intervalo de tiempo considerado: durante el primer transitorio el condensador se carga pasando a valer su tensión de 0 a 6V, y en el segundo transitorio se descarga hasta 2V.

1º transitorio: carga del C de 0 a 6V (S_1 se cierra en t = 0, $t \in [0\ ,40s]$)

Del gráfico se deduce que $V_{Cinicial} = 0$ y $V_{Cfinal} = 6V$, y con el dato del valor de V_{Cfinal} se calcula el valor de R_1.



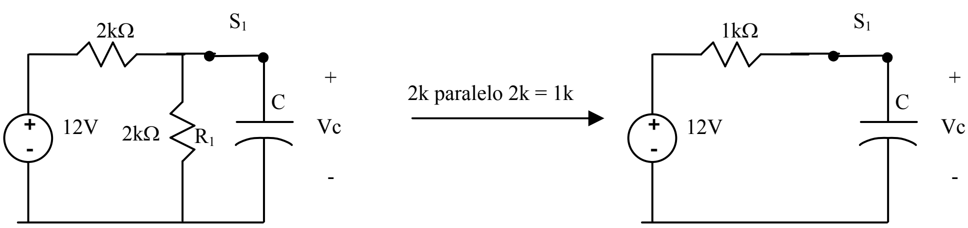
Se simplifica el circuito anterior hallando el circuito equivalente Thévenin entre los terminales de R_1. La R_{TH} es igual al equivalente serie de las dos resistencias de 1kΩ, es decir, $R_{TH} = 2$ kΩ. Y V_{TH} se obtiene fácilmente utilizando la ley de Ohm sobre una de las resistencias de 1kΩ, siendo V_{TH} = 12V. De forma que el circuito anterior se reduce a:



Sabiendo queV_{Cfinal} = 6V, se obtiene R_1

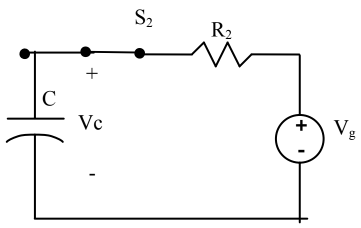
$$V_{Cfinal} = 12\frac{R_1}{2+R_1} \rightarrow \boxed{\mathbf{R_1 = 2k\Omega}}$$

El valor de la capacidad del condensador se obtiene a partir del dato de la constante de tiempo del transitorio (τ =RC) que se deduce a su vez del gráfico: el valor de τ es el instante en que la pendiente en el origen corta a la asíntota del valor final de la tensión, luego τ = 8s.



$$\left.\begin{array}{l}\tau = RC = 8s \\ \tau = 1\cdot 10^3\cdot C = 8\end{array}\right. \rightarrow \boxed{\mathbf{C = 8mF}}$$

2º transitorio: descarga del C de 6 a 2V (S_1 se abre y S_2 se cierra en t = 40, t∈[40 ,∞])



Del gráfico se deduce que V_{Cfinal} = 2V, por tanto

$$\boxed{\mathbf{V_g = V_{Cfinal} = 2V}}$$

El valor de τ para este transitorio es también el instante en que la pendiente en el origen corta a la asíntota del valor final de la tensión, luego para este 2º transitorio τ = 8s. (en el gráfico 48s, pero como el intervalo considerado comienza en 40s, 48-40 = 8s) y con el dato de τ = 8s se halla el valor de R_2:

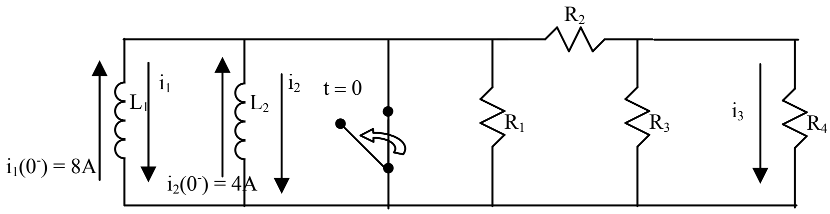
$$\left.\begin{array}{l}\tau = R_2C = 8s \\ \tau = R_2\cdot 8\cdot 10^{-3} = 8\end{array}\right. \rightarrow \boxed{\mathbf{R_2 = 1k\Omega}}$$

Diciembre 2003

PROBLEMA 34:

En el circuito de la figura, las corrientes iniciales en las inductancias L_1y L_2 han sido establecidas por fuentes que no aparecen en la figura y tienen un valor de 8Ay 4A respectivamente. El interruptor se abre en el instante t = 0, anteriormente a ese instante lleva cerrado mucho tiempo.

- Encontrad $i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i_3(t)$ para t≥0.

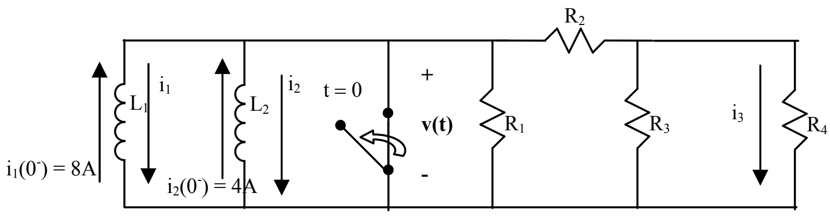


Datos:

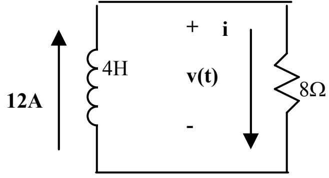
L_1=5H	R_1=40Ω	R_3=15Ω
L_2=20H	R_2=4Ω	R_4=10Ω

SOLUCIÓN 34:

La clave para encontrar las corrientes $i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i_3(t)$ es conocer el voltaje v(t).



Este voltaje se puede determinar fácilmente si se reduce el circuito anterior al equivalente siguiente:



donde las inductancias en paralelo se han simplificado a una inductancia equivalente de 4H con una corriente inicial de 12A, y el conjunto de resistencias se reduce a una sola resistencia de 8Ω. Así el valor inicial de i(t) es de 12A, y la constante de tiempo es $\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{4}{8} = 0.5s$.

Por lo tanto: $i(t) = i_{final} + (i_{inicial} - i_{final}) \cdot e^{-t/\tau}$;

$$i(t) = 0 + (12 - 0) \cdot e^{-t/0.5} = 12 \cdot e^{-2t} A; \quad t \geq 0$$

Ahora v(t) no es más que el producto 8·i(t):

$$v(t) = 8 \cdot i(t) = 8 \cdot 12 \cdot e^{-2t} = 96 \cdot e^{-2t} V; \quad t \geq 0^+$$

En el circuito se aprecia que v(t) = 0 en $t = 0^-$ (debido al cortocircuito que forma el interruptor al estar cerrado), de manera que la expresión para v(t) es válida para $t \geq 0^+$.

Con el dato de v(t) ya se pueden obtener las corrientes $i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i_3(t)$:

$$i_1 = \frac{1}{5}\int_0^t 96e^{-2x}dx - 8 = 1.6 - 9.6e^{-2t} A \quad t \geq 0;$$

$$i_2 = \frac{1}{20}\int_0^t 96e^{-2x}dx - 4 = -1.6 - 2.4e^{-2t} A \quad t \geq 0;$$

$$i_3 = \frac{v(t)}{10}\frac{6}{10} = 5.76e^{-2t} A \quad t \geq 0^+;$$

Las expresiones para las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$ son válidas para $t \geq 0$, mientras que la expresión para la corriente $i_3(t)$ es sólo válida para $t \geq 0^+$.

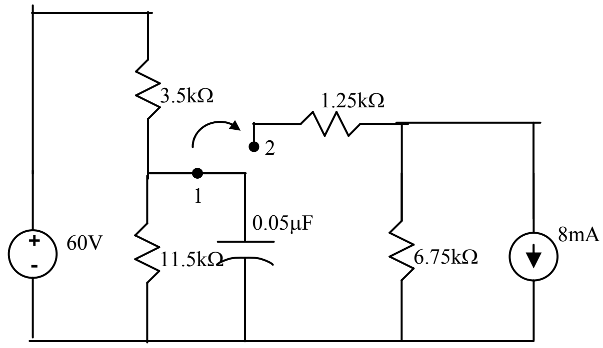
$$\boxed{\begin{array}{l} \mathbf{i_1(t) = 1.6\text{-}9.6e^{-2t}A} \\ \mathbf{i_2(t) = -1.6\text{-}2.4e^{-2t}A} \\ \mathbf{i_3(t) = 5.76e^{-2t}A} \end{array}}$$

Febrero 2004

PROBLEMA 35:

En el circuito de la figura, el interruptor ha estado en la posición 1 durante mucho tiempo y, en el instante t = 0, se cambia a la posición 2, calculad:

- la tensión inicial en el condensador
- la tensión final en el condensador
- la constante de tiempo para t>0
- el tiempo que debe transcurrir para que el voltaje del condensador caiga a cero después de cambiar el interruptor a la posición 2.

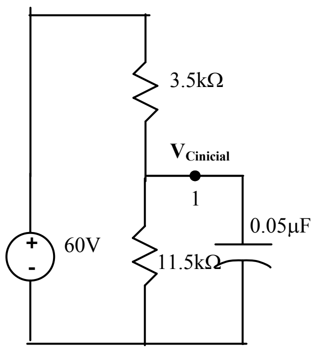


SOLUCIÓN 35:

El circuito anterior es un circuito de primer orden,

$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal}) \cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C$$

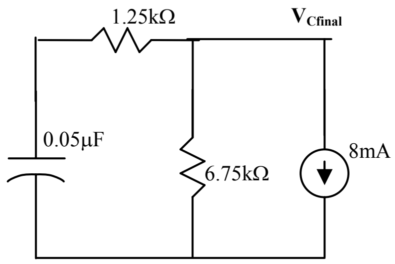
Circuito para t < 0:



Puesto que C en DC es un abierto , utilizando la expresión del divisor de tensión se obtiene $V_{Cinicial}$.

$$\boxed{\mathbf{V_{Cinicial}} = 60\frac{11.5}{11.5+3.5} = \mathbf{46V}}$$

Circuito para t > 0:



V_{Cfinal} se obtiene utilizando la ley de Ohm sobre la resistencia de 6.75k,

$0 - V_{Cfinal} = 8 \cdot 6.75$

$$\boxed{\mathbf{V_{Cfinal} = -54V}}$$

Y la R_e : $R_{eq} = 1.25 + 6.75 = 8k\Omega$

Por tanto, la constante de tiempo: $\boxed{\tau = R_{eq} \cdot C = \mathbf{400\ \mu s}}$

Con todos los datos calculados ya es posible obtener la expresión de $V_C(t)$:

$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal}) \cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C$$
$$V_C(t) = -54 + 100 \cdot e^{-2500t} V$$

Para hallar el tiempo pedido, se despeja t de la siguiente expresión:

$$0 = -54 + 100 \cdot e^{-2500t} V$$

$$\boxed{\mathbf{t = 246\mu s}}$$

TEMA 3:

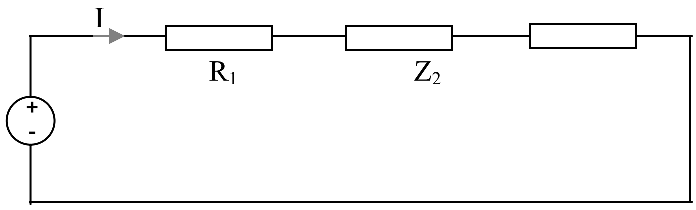
ANÁLISIS EN REGIMEN ESTACIONARIO SENOIDAL

Febrero 1999

PROBLEMA 36:

En el circuito de la figura se representa una fuente de tensión senoidal conectada a tres cargas. Los datos que conocemos son:

- Frecuencia de la fuente de tensión: $f = 50Hz$
- Intensidad suministrada por la fuente: $I = 5A$ eficaces
- Potencia en la resistencia R_1: $P1 = 80W$
- Potencia en la impedancia Z_2: $S2 = 75VA$, factor de potencia = 0,8 inductivo
- Impedancia Z_3: $Z_3 = 4 + j10\ \Omega$



Se pide:

- Valor del condensador que, conectado en paralelo con las tres cargas, haga que el factor de potencia total aumente hasta ser igual a 0,9 inductivo.
- Valor de la intensidad que suministra la fuente en esas condiciones.

SOLUCIÓN 36:

<u>SOLUCIÓN A:</u>

Calculamos las potencias activa y reactiva consumidas por el conjunto de las tres cargas:

R_1: $P = 80W$ $\quad$ $Q = 0$

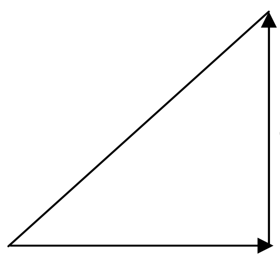
Z_1: $P = S*\cos\varphi = 75VA*0,8 = 60W$ $\quad$ $S^2 = P^2+Q^2$; $Q = \sqrt{(75^2-60^2)} = 45VAR$

Z_2: $P = I^2*R = 5^2*4 = 100W$ $\quad$ $Q = I^2*Z = 5^2*10 = 250VAR$

Las potencias activa y reactiva totales serán:

$Ptotal = 80 + 60 + 100 = 240W$

$Qtotal = 45 + 250 = 295VAR$



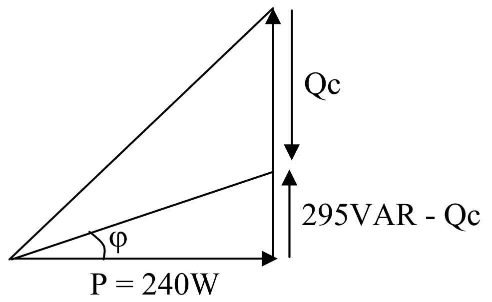
Q = 295VAR

P = 240W

La potencia aparente será, por tanto, $S = \sqrt{(P^2+Q^2)} = \sqrt{(240^2+295^2)} = 380{,}3VA$

Y la tensión de la red se puede obtener de $S = U*I$; $U = S/I = 380{,}3/5 = 76V$ (eficaces)

Nos interesa reducir la potencia reactiva absorbida hasta hacer que el factor de potencia tenga un valor de 0,9 inductivo:



$\varphi = \arccos(0.9) = 25{,}8^\circ$

$(295VAR-Qc) = 240W*tg(25{,}8) = 116VAR$

$Qc = 295VAR – 116VAR = 179VAR$

Una vez conocido Qc podemos determinar el valor del condensador:

$Qc = V^2*\omega C = V^2*2\pi fC$; $179VAR = 76^2*2\pi*50Hz*C$; $\boxed{\mathbf{C = 99\mu F}}$

Y el valor de la nueva intensidad se obtiene de $S = U*I$ donde $S = \sqrt{(240^2+116^2)} = 266{,}6VA$

$I = S/U = 266{,}6/76$; $\boxed{\mathbf{I = 3{,}5A\ (eficaces)}}$

SOLUCIÓN B:

El problema también se puede solucionar obteniendo la impedancia equivalente $R_{EQ} = R_1+Z_2+Z_3$:

Las fórmulas que emplearemos serán: $P = I^2*R$ $Q = I^2*X$

R_1: $R_1 = P_1/I^2 = 80/5^2 = 3{,}2\Omega$
$X_1 = 0$

Z_2: $R_2 = P_2/I^2 = 75*0{,}8/5^2 = 60/5^2 = 2{,}4\Omega$
$X_2 = Q_2/I^2 = \sqrt{(S_2^2-P_2^2)}/I^2 = \sqrt{(75^2-60^2)}/5^2 = 1{,}8\Omega$

Z_3: $R_3 = 4\Omega$
$X_3 = 10\Omega$

Por tanto $R_{EQ} = 3{,}2 + 2{,}4 + 4 = 9{,}6\Omega$
$X_{EQ} = 1{,}8 + 10 = 11{,}8\Omega$
$Z_{EQ} = 9{,}6 + 11{,}8j\ \Omega$

Ahora podemos hallar la tensión de la red como $|V| = |I|*|Z|$:

$V = 5*\sqrt{(9{,}6^2+11{,}8^2)} = 5*15{,}2 = 76V$ (eficaces)

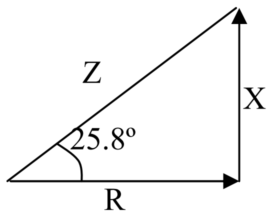
Nos interesa que el paralelo entre la impedancia equivalente obtenida antes y el condensador produzca un factor de potencia de 0,9 inductivo. Esto es, el ángulo de la impedancia debe ser arccos(0,9).

Llamaremos X_C a la reactancia del condensador: $Z_C = -jX_C$

$Z_{TOT} = (Z_{EQ}*Z_C)/(Z_{EQ}+Z_C) = (9,6 + 11,8j)(-X_Cj) / (9,6 + (11,8-X_C)j)$
$Z_{TOT} = (-9,6X_Cj + 11,8X_C) / (9,6 + (11,8-X_C)j)$

Se multiplican numerador y denominador por el conjugado del denominador:
$Z_{TOT} = (-9,6X_Cj + 11,8X_C)*(9,6 - (11,8-X_C)j) / (9,6^2 + (11,8-X_C)^2)$

... operando y agrupando términos queda
$Z_{TOT} = (9,6X_C^2 + (11,8X_C^2-231X_C)j) / (9,6^2 + (11,8-X_C)^2)$



Debemos hacer que el ángulo de la impedancia sea arccos(0,9) = 25,8º

$Im(Z_{TOT}) / Re(Z_{TOT}) = tg(25,8º) = 0,48$

$(11,8X_C^2-231X_C) / 9,6X_C^2 = 0,48$; $(11,8X_C – 231) /9,6X_C = 0,48$;
$11,8X_C – 231 = 4,6X_C$;

$\boxed{X_C = 32,1\Omega}$

Una vez conocido X_C, se obtiene C a partir de: $X_C = 1/\varpi C = 1/2\pi fC$

$C = 1/X_C*2\pi*50 = 1/32,1*100\pi$ $\boxed{C = 99\mu F}$

Sólo resta obtener la intensidad que recorre la red en esta situación
Usaremos la misma fórmula vista anteriormente: $|V| = |I|*|Z|$;
$|I| = |V|/|Z|$

Sustituyendo el valor obtenido para X_C en la ecuación de Z_{TOT}:

$Z_{TOT} = (9,6X_C^2 + (11,8X_C^2-231X_C)j) / (9,6^2 + (11,8-X_C)^2) = 19,6 + 9,4j$

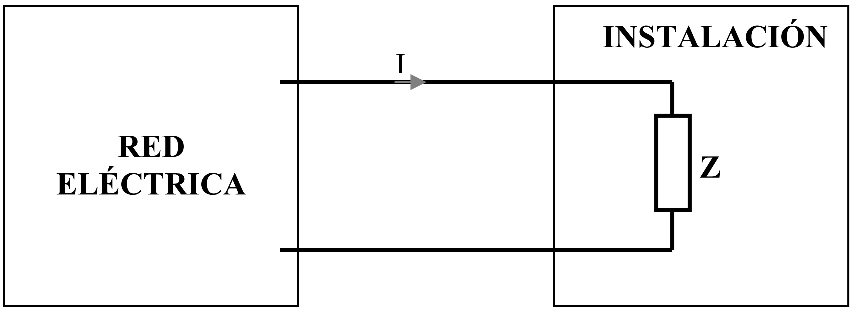
$I = 76 / \sqrt{(19,6^2+9,4^2)} = 76 /21,7$ $\boxed{I = 3,5A \text{ (eficaces)}}$

Junio 1999

PROBLEMA 37:

Una instalación conectada a la red eléctrica puede representarse mediante la impedancia Z, de la que conocemos los siguientes datos:

- Potencia consumida: P = 820 KW
- Factor de potencia: fp = 0.8 (inductivo)



Suponiendo que la red eléctrica suministra una tensión de 380V eficaces a 50Hz, se pide:

- Calcular el valor eficaz de la intensidad I solicitada a la red eléctrica por la instalación.
- Para aumentar el factor de potencia de la instalación, se conecta un condensador en paralelo con Z. Calcular el valor que debería tener dicho condensador para elevar el factor de potencia a 0.95 inductivo.
- Una vez añadido el condensador, calcular de nuevo el valor eficaz de la intensidad solicitada a la red eléctrica por la instalación y determinar el porcentaje de ahorro en intensidad logrado.

SOLUCIÓN 37:

Cálculo de la intensidad:

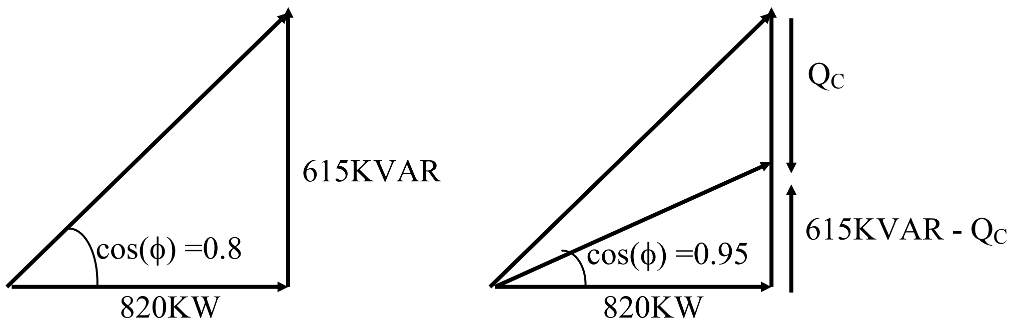
P = S*fp; S = 820KW/.8 = 1025 KVA

S = Vef*Ief; $\boxed{\textbf{Ief} = S/Vef = 1025/380 = 2697A = \textbf{2,697KA}}$

Ajuste del factor de potencia:

Se añade un condensador en paralelo para reducir la potencia reactiva manteniendo invariable la potencia real. Los triángulos de potencias antes y después de añadir el condensador ayudan a ver cuál es la potencia reactiva que debe aportar el condensador (Qc)

$S = \sqrt{(P^2+Q^2)}$; $Q = \sqrt{(S^2-P^2)} = \sqrt{(1025^2-820^2)} = 615KVAR$



Gráficamente:

$\phi = \arccos(0.95) = 18.195°$; $tg(18.195) = 0.329 = (615K-Qc)/820K$

$\boxed{\mathbf{Qc} = 615K - 0.329*820K \mathbf{= 345.5KVAR}}$

El valor del condensador se obtiene a partir de la fórmula: $Qc = Vef^2/Xc = Vef^2*\omega C$

$\omega = 2\pi f = 100\pi$ rad/s

$\boxed{\mathbf{C} = Qc/(Vef^2*\omega) = 345.5K/(380^2*100\pi) = \mathbf{7.61mF}}$

Nuevo valor para la intensidad:

$S = \sqrt{(P^2+Q^2)} = \sqrt{(820K^2+(615K-345.5K)^2)} = 863$ KVA

$S = Vef*Ief$; $\boxed{\mathbf{Ief} = S/Vef = 863/380 = 2271A = \mathbf{2,271KA}}$

El porcentaje de ahorro es, por tanto: $(2697-2271)/2697*100 = \boxed{\mathbf{15.8\%}}$

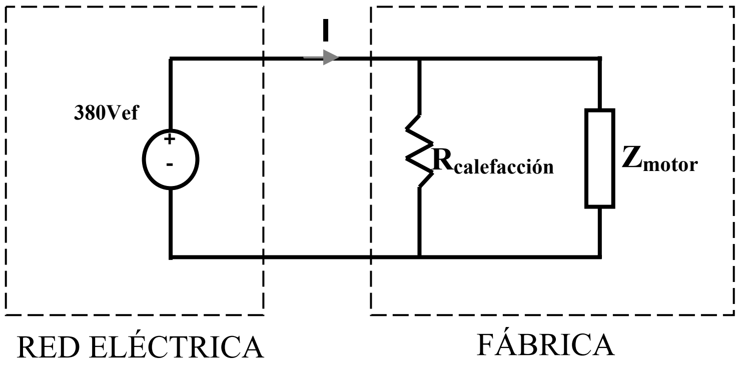
NOTA: el problema también puede ser resuelto planteando triángulos de impedancias en lugar de triángulos de potencias.

Septiembre 1999

PROBLEMA 38:

El esquema muestra una fábrica conectada a la red eléctrica. El consumo eléctrico total de la fábrica se representa como una resistencia de calefacción en paralelo con un motor eléctrico. Los datos que conocemos son:

- Tensión de la red: 380V eficaces
- Potencia consumida por la resistencia: 300KW
- Potencia consumida por el motor: 200KW (factor de potencia = 0.8 inductivo)



Se pide:

- Calcular las potencias real, reactiva y aparente tanto en la resistencia como en el motor. Indicar unidades.
- Calcular el factor de carga de la fábrica en conjunto (resistencia + motor).
- Determinar el valor de R y el valor complejo de Z, especificando las unidades.
- Calcular la intensidad I que consume la fábrica.
- Si eliminamos la resistencia de calefacción, ¿qué efecto se producirá sobre las potencias activa y reactiva consumidas por el motor? Justificar

SOLUCIÓN 38:

Resistencia: sólo consume potencia real:

P = **300KW**
Q = **0VAR**
|S| = **300KVA**

Motor: consume potencia real y reactiva:

P = **200KW**
|S| = P/cosφ = **250KVA**
Q = $\sqrt{(S^2-P^2)}$ = **150KVAR**

Para obtener el factor de carga del conjunto, sumamos potencias reales y reactivas:

P_{tot} = 200+300 = 500KW
Q_{tot} = 0+120 = 150KVAR
$tg\varphi = Q/P \Rightarrow \varphi = 16.7º$
$\boxed{\mathbf{cos\varphi = 0.96}}$

Valor de R: a partir de la tensión y la potencia consumida:

$P = V_{ef}^2/R \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{R = 0.48\Omega}}$

Valor de Z: a partir de la tensión y las potencias:

$|S| = V_{ef}^2/|Z| \quad \Rightarrow \quad |Z| = 0.58\Omega$
$\angle Z = \angle S \quad \Rightarrow \quad \angle Z = \arccos(0.8) = 36.87º$

$\boxed{\mathbf{Z} = 0.58\angle 36.87º\Omega = \mathbf{0.46+j0.35\Omega}}$

Intensidad consumida por la fábrica: a partir de la potencia aparente total:

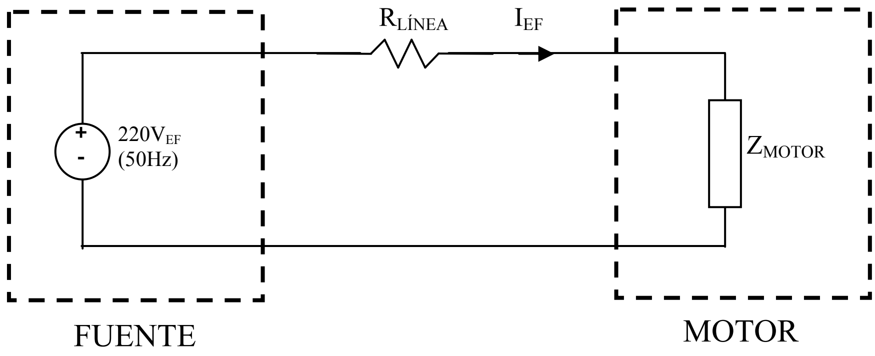
$|S_{tot}| = \sqrt{(P_{tot}^2+Q_{tot}^2)}$ = 522KVA
$|S_{tot}| = V_{ef}I_{ef} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{I_{ef} = 1.37KA}}$

Si se elimina la resistencia de calefacción, **no se producirá ningún efecto** sobre las potencias real y reactiva consumidas por el motor, dado que seguirá conectado a la misma tensión ($380V_{ef}$)

Diciembre 1999

PROBLEMA 39:

La figura representa un motor eléctrico conectado a una fuente de tensión alterna.



En estas condiciones, la potencia disipada en la línea de transmisión es de 250W, y la potencia real absorbida por el motor es de 5KW con factor de potencia = 0.8 inductivo.

Se pide:

- Intensidad eficaz I_{EF} por la línea
- Valor de la impedancia del motor $Z_{MOTOR} = R_{MOTOR} + jX_{MOTOR}$

Se coloca un condensador de 250μF en paralelo con el motor. En estas nuevas condiciones, se pide:

- Factor de potencia del conjunto motor + condensador
- Intensidad eficaz I_{EF} por la línea

SOLUCIÓN 39:

En el motor:
$$\begin{cases} P = 5KW \\ |S| = \dfrac{P}{\cos\varphi} = \dfrac{5\cdot 10^3}{0.8} = 6{,}25KVA \\ Q = |S|\cdot \text{sen}\varphi = 6{,}25\cdot 10^3 \cdot \text{sen}(\arccos(0.8)) = 3{,}75KVAR \end{cases}$$

En el conjunto motor + resistencia de línea:

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(5\cdot 10^3 + 250)^2 + 3{,}75^2} = 6{,}45KVA$$

Por tanto, la intensidad pedida será:

$$\boxed{\mathbf{I_{EF}} = \frac{|S|}{V_{EF}} = \frac{6{,}45\cdot 10^3}{220} = \mathbf{29{,}32A}}$$

y la impedancia del motor:

$$R = \frac{P}{I_{EF}^2} = \frac{5 \cdot 10^3}{29{,}32^2} = 5{,}82\Omega$$

$$X = \frac{Q}{I_{EF}^2} = \frac{3{,}75 \cdot 10^3}{29{,}32^2} = 4{,}36\Omega$$

$$\mathbf{Z = 5{,}82 + j4{,}36\Omega}$$

Si se añade un condensador de 250µF en paralelo, la impedancia equivalente será:

$$Z_{COND} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \cdot 100\pi \cdot 250 \cdot 10^{-6}} = -12{,}73j$$

$$Z_{EQ} = \frac{Z_{MOTOR} \cdot Z_{COND}}{Z_{MOTOR} + Z_{COND}} = \frac{(5{,}82 + j4{,}36) \cdot (-12{,}73j)}{5{,}82 - 8{,}37j} = 9{,}07 + 0.32j = 9{,}08 \cdot e^{0{,}035j}$$

Por tanto, el factor de potencia pedido es:

fp = cos(0,035) = 0,99

Para calcular la impedancia total necesitamos conocer la resistencia de la línea:

$$R_{LINEA} = \frac{P_{LINEA}}{I_{EF}^2} = \frac{250}{29{,}32^2} = 0{,}29\Omega$$

$$Z_{TOTAL} = R_{LINEA} + Z_{MOTOR+COND} = 0{,}29 + 9{,}07 + 0.32j = 9{,}36 + 0{,}32j = 9{,}37 \cdot e^{-0{,}034j}$$

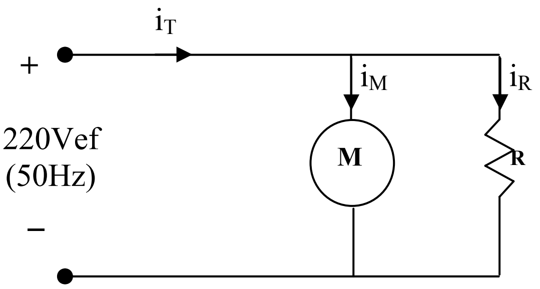
La intensidad en esta nueva situación se puede calcular como:

$$\mathbf{I_{EF}} = \frac{V_{EF}}{|Z|} = \frac{220}{9{,}37} = \mathbf{23.48A}$$

Febrero 2000

PROBLEMA 40:

El esquema representa un motor eléctrico y una carga resistiva conectados a una red de 220V eficaces a 50 Hz. Se conocen los siguientes datos:



Motor: potencia aparente: S = 4KVA
factor de potencia: cos(φ) = 0.6

R: potencia media: P = 2KW

Se pide:

- Calcular la intensidad en el motor (i_M), en la resistencia (i_R) y total (i_T); todas ellas en módulo.
- Calcular el valor del condensador que sería necesario conectar en paralelo con las cargas para lograr subir el factor de potencia del conjunto hasta 0.98 inductivo.
- Con el condensador conectado, volver a calcular las intensidades del primer apartado.
- Justificar el cambio en la intensidad total.

SOLUCIÓN 40:

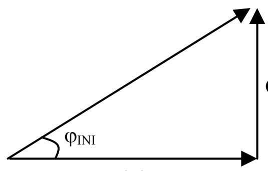
En primer lugar calculamos potencias real, reactiva y aparente para cada elemento y para el conjunto:

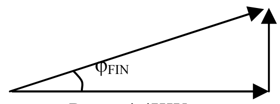
Resistencia:	Motor	Total
$P_R = 2KW$	$P_M = S_M \cdot \cos(\varphi) = 2.4KW$	$P_T = P_R + P_M = 4.4KW$
$Q_R = 0$	$Q_M = \sqrt{(S_M^2 - P_M^2)} = 3.2KVAR$	$Q_T = Q_R + Q_M = 3.2KVAR$
$S_R = 2KVA$	$S_M = 4KVA$	$S_T = \sqrt{(P_T^2 + Q_T^2)} = 5,44KVA$

Con estos datos hallamos las intensidades:

$\boxed{\mathbf{i_R} = \frac{S_R}{V} = \mathbf{9.1A}}$ $\boxed{\mathbf{i_M} = \frac{S_M}{V} = \mathbf{18.2A}}$ $\boxed{\mathbf{i_T} = \frac{S_T}{V} = \mathbf{24.7A}}$

Para el cálculo del condensador necesario se plantean los triángulos de potencias sin y con condensador:





φ_{FIN} = acos(.98) = 0.2rad
$Q_{FIN} = 4400 \cdot tg(\varphi_{FIN}) = 893VAR$

Por tanto el condensador debe aportar: $Q_C = 893 - 3200 = -2307VAR$

Y su valor debe ser: $Q_C = -V^2 \cdot \omega \cdot C \Rightarrow \boxed{\mathbf{C = 152\mu F}}$

La única intensidad que varía es la total:

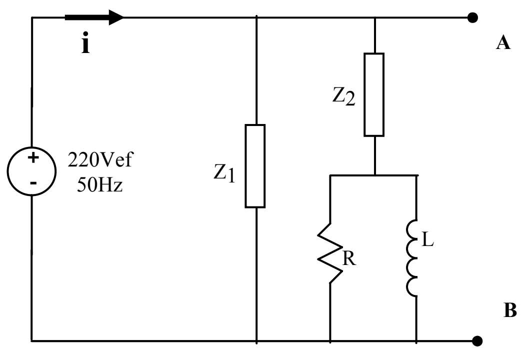
$$\boxed{\mathbf{i_T} = \frac{S_T}{V} = \frac{\sqrt{P_T^2 + Q_T^2}}{V} = \frac{4490}{220} = \mathbf{20.4A}}$$

La reducción de la intensidad total se debe a la reducción de potencia reactiva consumida por el circuito.

Junio 2000

PROBLEMA 41:

El siguiente circuito representa un conjunto de cargas conectadas a una red de 220V eficaces a 50Hz:



Los datos que se conocen para cada una de las cargas son los siguientes:

- $Z_1 = 30 + 40j$
- Z_2: consume 2 KW con f.p.= 0.8 inductivo
- R: consume 1 KW
- L: consume 0.5 KVAR

Se pide:

- Potencias activa, reactiva y aparente consumidas por cada una de las cargas
- Factor de potencia del conjunto de cargas
- Intensidad i solicitada a la red (valor eficaz)
- Valor del condensador a colocar entre los terminales A y B para reducir esa intensidad un 10%
- Nuevo factor de potencia para el conjunto de las cargas (incluyendo el condensador)

SOLUCIÓN 41:

Potencias en cada una de las cargas:

Impedancia

$$|Z_1| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\Omega$$

$$|I_{Z1}| = \frac{|V|}{|Z|} = \frac{220}{50} = 4.4A_{ef}$$

$$S_{Z1} = I^2 Z = 4.4^2 \cdot 50 = 968VA$$

$$P_{Z1} = I^2 R = 4.4^2 \cdot 30 = 581W$$

$$Q_{Z1} = I^2 X = 4.4^2 \cdot 40 = 774VAR$$

Impedancia

$$P_{Z2} = 2000W$$

$$S_{Z2} = \frac{P}{f.p.} = \frac{2000}{0.8} = 2500VA$$

$$Q_{Z2} = \sqrt{S^2 - P^2} = 1500VAR$$

Resistencia R

$$P_R = 1000W$$

$$Q_R = 0$$

$$S_R = 1000VA$$

Bobina L

$$P_L = 0$$

$$Q_L = 500VAR$$

$$S_L = 500VA$$

Factor de potencia del conjunto: a partir de la suma de potencias

$$P_{TOT} = 581 + 2000 + 1000 = 3581W$$

$$Q_{TOT} = 774 + 1500 + 500 = 2774VAR$$

$$S_{TOT} = \sqrt{P^2 + Q^2} = 4530VA$$

$$\boxed{\mathbf{f.p.} = \frac{P}{S} = \mathbf{0.79\ inductivo}}$$

Intensidad solicitada a la red:

$$\boxed{|\mathbf{I}| = \frac{|S|}{|V|} = \frac{4530}{220} = \mathbf{20.6A_{ef}}}$$

Condensador para reducir la intensidad un 10%: se calcula la Q que debe aportar el condensador

$$\left|I_{nueva}\right| = 18.54A_{ef} = \frac{\left|S_{nueva}\right|}{\left|V\right|} \quad \rightarrow \quad \left|S_{nueva}\right| = 4079VA$$

$$Q_{nueva} = \sqrt{S_{nueva}^2 - P^2} = 1953VAR$$

$$Q_{cond} = Q_{nueva} - Q = -821VAR$$

$$Q_{cond} = \frac{V^2}{X} = -V^2\omega C \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{C = 54}\mu\mathrm{F}}$$

Nuevo factor de potencia del conjunto: a partir del total de potencias

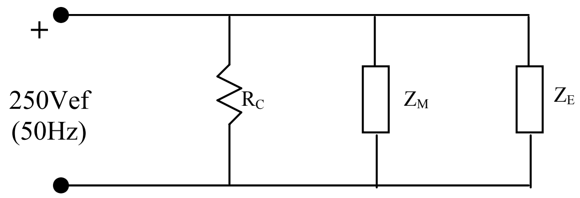
$$\boxed{\mathbf{f.p.} = \frac{P}{S_{nueva}} = \frac{3581}{4079} = \mathbf{0.88\ inductivo}}$$

Septiembre 2000

PROBLEMA 42:

A una red de 250V eficaces a 50 Hz se conectan en paralelo las siguientes cargas:

- Una resistencia de calefacción R_C que consume una potencia de 1KW
- Un motor eléctrico Z_M que consume una potencia aparente de 3KVA con un factor de potencia inductivo cos(φ)=0.8
- Un equipo electrónico que representa una carga $Z_E = 40 + j30\ \Omega$



Se pide:

- Calcular las potencias real, reactiva y aparente en cada una de las tres cargas y en total
- Calcular el factor de potencia del conjunto de las tres cargas
- Valor del condensador que debería colocarse en paralelo para conseguir un factor de potencia total de 0.95 inductivo

SOLUCIÓN 42:

Potencias en cada una de las cargas:

$$R_C:\quad P = 1KW \qquad Q = 0 \qquad S = 1KVA$$

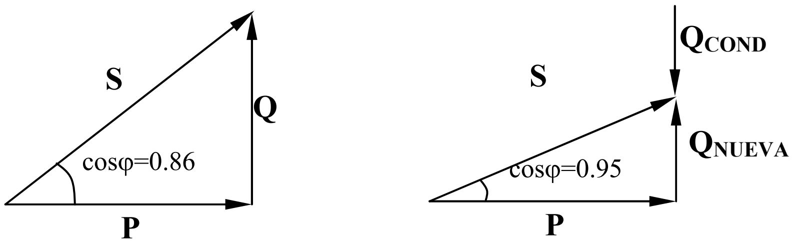
$$Z_M:\quad S = 3KVA \qquad P = S\cdot\cos\varphi = 3\cdot 0.8 = 2.4KW \qquad Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 1.8KVAR$$

$$Z_E:\quad |I| = \frac{|V|}{|Z|} = \frac{250}{\sqrt{40^2 + 30^2}} = 5A_{EF}$$

$$S = I^2\cdot|Z| = 1.25KVA \qquad P = I^2\cdot R = 1KW \qquad Q = I^2\cdot X = 750VAR$$

La suma total de potencias será:

$$\boxed{\begin{aligned}P_{TOT} &= 1KW + 2.4KW + 1KW = 4.4KW\\ Q_{TOT} &= 0 + 1.8KVAR + 750VAR = 2.55KVAR\\ S_{TOT} &= \sqrt{P_{TOT}^2 + Q_{TOT}^2} = 5.08KVA\end{aligned}}$$



El factor de potencia del conjunto será:

$$\boxed{\mathbf{f.p.} = \frac{P_{TOT}}{S_{TOT}} = \mathbf{0.86\ inductivo} \quad (\text{porque } Q > 0)}$$

Para llevar el factor de potencia a 0.95 inductivo será necesario aportar Q:

$$Q_{NUEVA} = P \cdot tg(a\cos(0.95)) = 1.45KVAR$$

$$Q_{NUEVA} = Q + Q_{COND} \quad \rightarrow \quad Q_{COND} = Q_{NUEVA} - Q = 1.45 - 2.55 = -1.1KVAR$$

El condensador capaz de aportar esa potencia será:

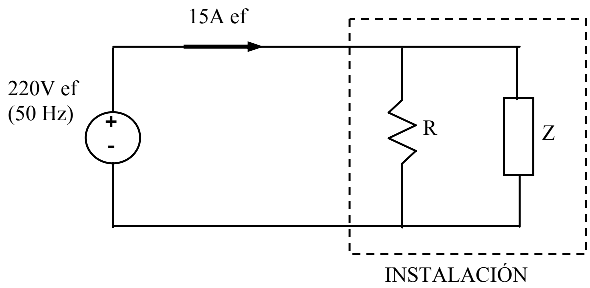
$$Q_{COND} = \frac{V^2}{X} = \frac{V^2}{\frac{-1}{\omega C}} \quad \rightarrow \quad C = -\frac{Q_{COND}}{V^2\omega} = \frac{1100}{250^2 \cdot 100\pi}$$

$$\boxed{\mathbf{C = 56\mu F}}$$

Diciembre 2000

PROBLEMA 43:

Sea una instalación conectada a una red de 220V eficaces a 50Hz, que consume 15A



eficaces:

Se pide:

- Potencias real, reactiva y aparente en las cargas R y Z (especificar unidades).
- Condensador que sería necesario conectar en paralelo con las cargas para llevar el factor de potencia de la instalación a 0.97 inductivo.
- Intensidad consumida por la instalación una vez conectado el condensador.

Dato: la carga Z consume una potencia de 2KW con factor de potencia 0.8 inductivo.

SOLUCIÓN 43:

Potencias en la carga Z:

$$P_Z = 2KW$$

$$S_Z = \frac{P_Z}{\cos\varphi} = \frac{P_Z}{0.8} = 2.5KVA$$

$$Q_Z = \sqrt{S_Z^2 - P_Z^2} = 1.5KVAR$$

Potencia aparente ofrecida por la fuente:

$$S_F = V_{EF} \cdot I_{EF} = 220 \cdot 15 = 3.3KVA$$

Potencias en la carga R: Q = 0 y P se obtiene del balance de potencias:

$$S_F = S_{CARGA} = \sqrt{(P_R + P_Z)^2 + (Q_R + Q_Z)^2}$$

$$3300 = \sqrt{(P_R + 2000)^2 + (0 + 1500)^2} \quad \rightarrow \quad P_R = 939W$$

$$Q_R = 0$$

$$S_R = 939VA$$

Para dimensionar el condensador calculamos la potencia reactiva que debe aportar:

$$S_{NUEVA} = \frac{P}{0.97} = 3030VA$$

$$Q_{NUEVA} = \sqrt{3030^2 - 2939^2} = 737VAR$$

$$Q_{COND} = Q_{NUEVA} - Q = -763VAR$$

$$Q_{COND} = -V_{EF}^2 \cdot \omega \cdot C = -220^2 \cdot 100 \cdot \pi \cdot C \quad \rightarrow \qquad \boxed{\mathbf{C = 50.2\mu F}}$$

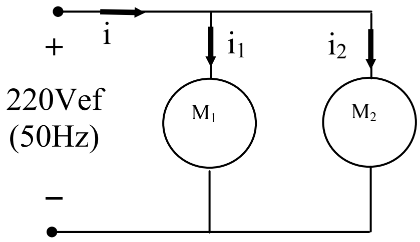
La nueva intensidad se obtiene a partir de la potencia aparente total

$$\boxed{\mathbf{I_{EF}} = \frac{S}{V_{EF}} = \frac{3030}{220} = \mathbf{13.8A_{EF}}}$$

Febrero 2001

PROBLEMA 44:

La figura representa dos motores eléctricos conectados en paralelo a una red de 220V eficaces a 50Hz. Se conocen los siguientes datos:



Motor 1:
- intensidad consumida: $|i_1| = 40A$ eficaces
- factor de potencia: $\cos\varphi_1 = 0.9$ inductivo

Motor 2:
- intensidad consumida: $|i_2| = 30A$ eficaces
- factor de potencia: $\cos\varphi_2 = 0.8$ inductivo

Se pide:
- Potencias real, reactiva y aparente en cada uno de los dos motores y en total.
- Módulo de la intensidad i solicitada a la red.
- Factor de potencia total para el conjunto de los dos motores
- Condensador a colocar en paralelo con los dos motores para elevar el factor de potencia del conjunto hasta 0.97 inductivo.
- Módulo de las intensidades i, i_1 e i_2 en esta nueva situación.

SOLUCIÓN 44:

<u>Potencias motor 1:</u>

$$|S_1| = |V|_{ef} \cdot |i_1|_{ef} = 220 \cdot 40 = 8800VA$$

$$P_1 = |S_1| \cdot \cos\varphi_1 = 8800 \cdot 0.9 = 7920W$$

$$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = 3836VAR$$

<u>Potencias motor 2:</u>

$$|S_2| = |V|_{ef} \cdot |i_2|_{ef} = 220 \cdot 30 = 6600VA$$

$$P_2 = |S_2| \cdot \cos\varphi_2 = 6600 \cdot 0.8 = 5280W$$

$$Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = 3960VAR$$

Potencias totales:

$$P_T = P_1 + P_2 = 13200\text{W}$$
$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 7796\text{VAR}$$
$$|S_T| = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 15330\text{VA}$$

Intensidad solicitada a la red:

$$|S_T| = |V|_{ef} \cdot |i|_{ef} = 220 \cdot |i|_{ef} = 15330\text{VA} \quad \rightarrow \quad |i|_{ef} = 69.7\text{A}$$

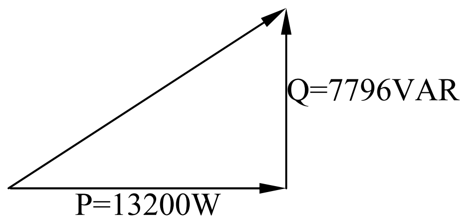
Factor de potencia total:

$$fp = \cos\varphi = \frac{P_T}{|S_T|} = \frac{13200}{15330} = 0.86 \text{ (inductivo porque } Q_T > 0)$$

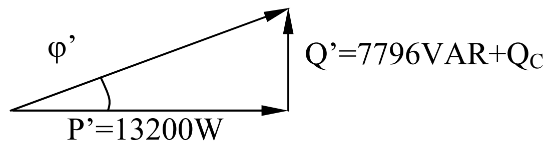
Condensador necesario:

Conectando un condensador en paralelo el funcionamiento de los motores no se verá afectado por seguir conectados a 220V. Por tanto, para los motores consideraremos las potencias real y reactiva calculadas anteriormente y añadiremos la potencia reactiva cedida por el condensador:

sin condensador



con condensador



$$Q' = P' \cdot \text{tg}\varphi' = 13200 \cdot \text{tg}(a\cos(0.97)) = 3308\text{VAR}$$
$$Q_C = Q' - 7796 = -4488\text{VAR}$$
$$Q_C = -V^2 \cdot \omega \cdot C = -220^2 \cdot 100\pi \cdot C \quad \rightarrow \quad C = 295\mu\text{F}$$

Intensidades en la nueva situación:

i1 e i2 no varían ya que los motores se encuentran en la misma situación anterior (conectados a 220V). Lo que sí varía es la intensidad total, que disminuye debido a la reducción de la potencia aparente:

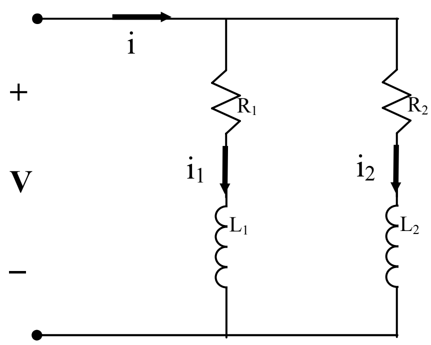
$$|S'_T| = \sqrt{P_T'^2 + Q_T'^2} = 13608\text{VA}$$
$$|S'_T| = |V|_{ef} \cdot |i'|_{ef} = 220 \cdot |i'|_{ef} = 13608\text{VA} \quad \rightarrow \quad |i'|_{ef} = 61.8\text{A}$$

Junio 2001

PROBLEMA 45:

Del circuito de la figura se conocen los siguientes datos:

- V = 220V eficaces a 50Hz
- $|i_1|$ = 2A eficaces, i_1 retrasada 10º respecto de V
- $|i_2|$ = 4A eficaces, i_2 retrasada 40º respecto de V



Se pide:

- Determinar R_1, L_1, R_2, L_2
- Calcular el condensador que sería necesario conectar en paralelo para llevar el factor de potencia del conjunto a 0.95 inductivo.
- Calcular el ahorro porcentual en la intensidad **i** que se produce al conectar el mencionado condensador.

SOLUCIÓN 45:

Expresando mediante fasores los datos ofrecidos:

$V = 220\angle 0$

$I1 = 2\angle -10$

$I2 = 4\angle -40$

Se debe cumplir:

$V = I1*(R1+jwL1)$

$V = I2*(R2+jwL2)$

Igualando partes reales e imaginarias se obtienen los siguientes valores:

R1 = 108.3Ω

R2 = 42.1Ω

L1 = 0.061H

L2 = 0.11H

Buscamos las potencias consumidas en cada elemento:
$P1 = I1^2*R1 = 433.2W$
$Q1 = I1^2*X1 = I1^2*jwL1 = 76.4$ VAR

$P2 = I2^2*R2 = 673.6W$
$Q2 = I2^2*X2 = I2^2*jwL2 = 564.8$ VAR

Las potencias totales serán:
PTOT = P1+P2 = 1106.8W
QTOT = Q1 + Q2 = 641.2 VAR

La potencia aparente total:
$STOT = \sqrt{(PTOT^2+QTOT^2)} = 1279$ VA

Para llevar el factor de potencia del conjunto a 0.95 inductivo deberá ser:
SNUEVA = PTOT/0.95 = 1165 VA
$QNUEVA = \sqrt{(SNUEVA^2-PTOT^2)} = 363.8$ VAR

Con lo que la potencia reactiva en el condensador debe ser –277.4 VAR

La potencia reactiva en un condensador vale:
$Q_C = -C*Vef^2*w$

Por lo que se obtiene un valor para el condensador de 18.24μF

La intensidad consumida inicialmente será:
Iini = STOT/Vef = 5.81 A

La intensidad tras añadir el condensador será:
Inueva = SNUEVA/Vef = 5.29 A

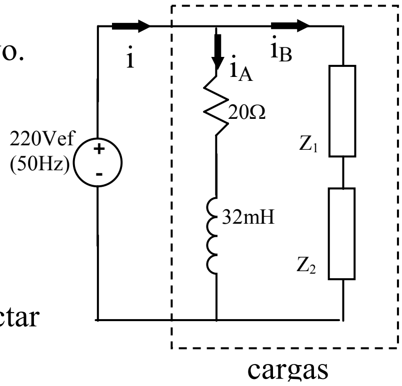
Lo que supone un ahorro porcentual del 8.9%.

Septiembre 2001

PROBLEMA 46:

Del circuito de la figura se conocen los siguientes datos:

- Carga Z_1: consume 500W con factor de potencia 0.8 inductivo.
- Carga Z_2: consume 600VA con f. de potencia 0.85 inductivo.



Se pide:

- Factor de potencia del conjunto de las cargas.
- Condensador a conectar en paralelo para llevar el factor de potencia a 0.95 inductivo.
- Módulo de las intensidades i, i_A e i_B antes y después de conectar el condensador (expresar en valor eficaz).

SOLUCIÓN 46:

Para obtener el factor de potencia del conjunto de las cargas, se calcularán las potencias reales y reactivas en cada carga: Z_1, Z_2, y el conjunto R+L (de ahora en adelante lo llamaremos Z_3):

$$Z_1: \quad P_1 = 500\text{W}; \quad S_1 = \frac{P_1}{\cos\varphi_1} = 625\text{VA}; \quad Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = 375\text{VAR}$$

$$Z_2: \quad S_2 = 600\text{VA}; \quad P_2 = S_2 \cdot \cos\varphi_2 = 510\text{W}; \quad Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = 316\text{VAR}$$

$$Z_3 = R + j\omega L = 20 + 10j\Omega = 22{,}36\angle 0{,}46\Omega$$

$$S_3 = \frac{V_{ef}^2}{|Z_3|} = 2164\text{VA}; \quad P_3 = S_3 \cdot \cos\varphi_3 = 1935\text{W}; \quad Q_3 = \sqrt{S_3^2 - P_3^2} = 968\text{VAR}$$

A partir de los datos anteriores, calculamos las potencias totales y el factor de potencia

$$P_{tot} = P_1 + P_2 + P_3 = 2945\text{W}; \quad Q_{tot} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 1659\text{VAR}; \quad S_{tot} = \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2} = 3380\text{VA}$$

$$\cos\varphi_{tot} = \frac{P_{tot}}{S_{tot}} = 0{,}87$$

del conjunto:

Buscamos ahora el condensador a conectar en paralelo para elevar el factor de potencia a 0,95 inductivo. Teniendo en cuenta que el condensador sólo aporta potencia reactiva, calculamos la potencia reactiva total en la nueva situación:

$$S_{nueva} = \frac{P_{tot}}{\cos\varphi_{nuevo}} = \frac{2945}{0{,}95} = 3100\text{VA}; \quad Q_{nueva} = \sqrt{S_{nueva}^2 - P_{nueva}^2} = 968\text{VAR}$$

Ahora calculamos cuál es el aporte de reactiva que debe hacer el condensador y, por tanto, cuál debe ser el valor de ese condensador:

$$Q_{nueva} = Q_{tot} + Q_{cond} \quad \Rightarrow \quad Q_{cond} = Q_{nueva} - Q_{tot} = -691VAR$$
$$Q_{cond} = -V_{ef}^2 \cdot \omega \cdot C \quad \Rightarrow \quad C = 45{,}4\mu F$$

Cálculo de las intensidades antes de conectar el condensador:

$$|i|_{ef} = \frac{S_{tot}}{V_{ef}} = 15{,}36A$$

$$|i_A|_{ef} = \frac{S_3}{V_{ef}} = 9{,}83A$$

$$|i_B|_{ef} = \frac{S_{1+2}}{V_{ef}} = \frac{\sqrt{(P_1 + P_2)^2 + (Q_1 + Q_2)^2}}{V_{ef}} = 5{,}56A$$

La única intensidad que varía al conectar el condensador es la intensidad total:

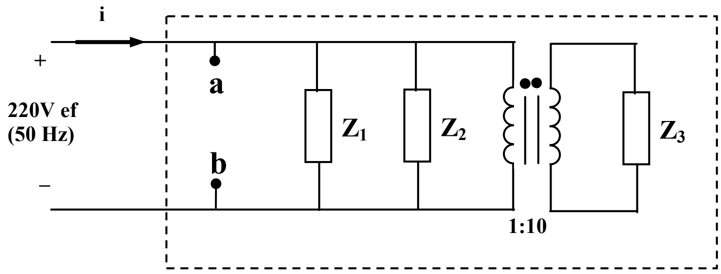
$$|i_{nueva}|_{ef} = \frac{S_{nueva}}{V_{ef}} = 14{,}09A$$

Diciembre 2001

PROBLEMA 47:

La figura representa un conjunto de cargas conectadas a una red de 220V eficaces a 50Hz. Los datos que se conocen para cada una de las cargas se indican a continuación:

- Carga Z_1: consume 6 KW con factor de potencia 0.8 inductivo.
- Carga Z_2: consume 1.4 KVA con factor de potencia 0.9 capacitivo.
- Carga Z_3: $Z_3 = 4 + 3j\ K\Omega$



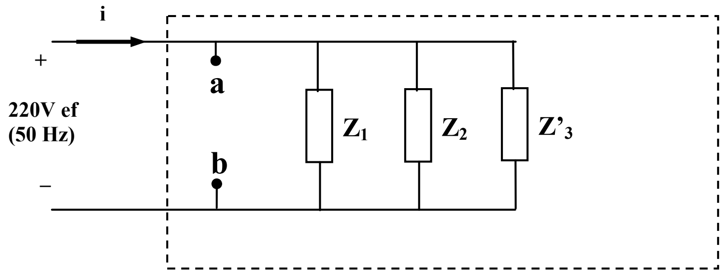
CONJUNTO DE CARGAS

Se pide:

- Factor de potencia del conjunto de cargas.
- Condensador a colocar entre a y b para elevar el factor de potencia del conjunto a 0.95 inductivo.
- Intensidad **i** pedida a la red antes y después de conectar el condensador.

SOLUCIÓN 47:

Como primer paso se refleja la carga Z_3 en el primario:



CONJUNTO DE CARGAS

$$Z_3' = a^2 \cdot Z_3 = 0.1^2 \cdot Z_3 = 40 + 30j\Omega$$

A continuación se calculan las potencias real y reactiva en cada carga:

Carga Z_1:

$$P_1 = 6KW$$

$$S_1 = \frac{P_1}{\cos\varphi_1} = 7.5KVA$$

$$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = 4.5KVAR$$

Carga Z_2:

$$S_2 = 1.4KVA$$

$$P_2 = S_2 \cdot \cos\varphi_2 = 1.26KW$$

$$Q_2 = -\sqrt{S_2^2 - P_2^2} = -0.61KVAR \quad (\text{carga capacitiva})$$

Carga Z_3:

$$|Z_3'| = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50\Omega$$

$$\varphi_{Z_3} = a\tan\left(\frac{30}{40}\right) = 36.87^o \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi_3 = 0.8$$

$$|i_3| = \frac{|V|}{|Z_3'|} = \frac{220}{50} = 4.4A_{ef} \quad (\text{intensidad en } Z_3')$$

$$S_3 = |V| \cdot |i_3| = 968VA$$

$$P_3 = S_3 \cdot \cos\varphi_3 = 774.4$$

$$Q_3 = \sqrt{S_3^2 - P_3^2} = 580.8VAR$$

Para obtener el factor de potencia del conjunto se calculan las potencias totales real y reactiva:

$$P_{tot} = P_1 + P_2 + P_3 = 8034.4W$$

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 4470.8VAR$$

$$S_{tot} = \sqrt{P_{tot}^2 + Q_{tot}^2} = 9194.5VA$$

$$\cos\varphi_{tot} = \frac{P_{tot}}{S_{tot}} = 0.874 \text{ inductivo}$$

A continuación se calcula el condensador que permite obtener un factor de potencia de 0.95 teniendo en cuenta que debe aportar la potencia reactiva necesaria:

$$S_{deseada} = \frac{P_{tot}}{\cos\varphi_{deseado}} = \frac{8034}{0.95} = 8457.3VA$$

$$Q_{deseada} = \sqrt{S_{deseada}^2 - P_{tot}^2} = 2641VAR$$

$$Q_C = Q_{deseada} - Q_{tot} = -1829.8VAR$$

$$Q_C = -V_{ef}^2 \cdot \omega \cdot C \quad \Rightarrow \quad C = 120\mu F$$

Las intensidades antes y después de colocar el condensador serán:

$$|i_{antes}| = \frac{S_{antes}}{V} = \frac{9194.5}{220} = 41.79A_{ef}$$

$$|i_{despues}| = \frac{S_{despues}}{V} = \frac{8457.3}{220} = 38.44A_{ef}$$

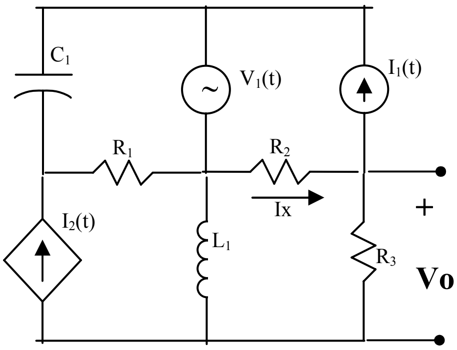
Se puede comprobar como la intensidad consumida disminuye.

Septiembre 2002

PROBLEMA 48:

En el circuito de la figura:
$C_1 = 1F$, $L_1 = 1H$, $R_1 = R_2 = R_3 = 1\Omega$, $\omega = 1$ rad/s,
$I_1(t) = 4 \cdot \cos(\omega \cdot t)\ A_{eff}$, $V_1(t) = 12 \cdot \cos(\omega \cdot t)\ V_{eff}$, $I_2(t) = 2 \cdot Ix(t)$.

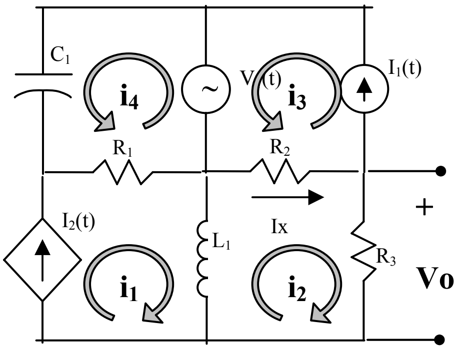
- obtened el valor de la tensión V_O.
- calculad las potencias medias y reactivas de cada elemento y completad la tabla propuesta.



	P	Q
C_1		
L_1		
R_1		
R_2		
R_3		
V_1		
I_1		
I_2		

SOLUCIÓN 48:

Para obtener el valor de la tensión Vo vamos a resolver el circuito mediante el análisis por mallas:



$$Z_C = -j \quad Z_L = j \quad Z_R = 1$$

Malla 1: $\hat{i}_1 = 2 \cdot \hat{I}_X = 2 \cdot (\hat{i}_2 + \hat{i}_3)$

Malla 2: $(\hat{i}_2 - \hat{i}_1) \cdot j + (\hat{i}_2 + \hat{i}_3) \cdot 1 + \hat{i}_2 \cdot 1 = 0$

Malla 3: $\hat{i}_3 = 4$

Malla 4: $\hat{i}_4 \cdot (-j) + (\hat{i}_4 + \hat{i}_1) \cdot 1 = 12$

Si resolvemos el sistema anterior, se obtiene:

$$\hat{i}_1 = 1.6 + 4.8j$$
$$\hat{i}_2 = -3.2 + 2.4j$$
$$\hat{i}_3 = 4$$
$$\hat{i}_4 = 7.6 + 2.8j$$

El dato pedido es:

$$\hat{V}_o = R_3 \cdot \hat{i}_2 = 1 \cdot (-3.2 + 2.4j) = -3.2 + 2.4j$$
$$\|V_o\| = 4V_{eff} \quad \phi_{Vo} = 143.13º$$

Vamos a calcular las potencias medias y reactivas de cada elemento:

C

$$P = 0$$
$$Q = -I_{eff}^{\ 2} \cdot X = -\left\|\hat{i}_4\right\|^2 \cdot 1 = -65.61VA$$

L

$$P = 0$$
$$Q = I_{eff}^{\ 2} \cdot X = \left\|\hat{i}_1 - \hat{i}_2\right\|^2 \cdot 1 = 28.8VA$$

R1

$$P = I_{eff}^{\ 2} \cdot R = \left\|\hat{i}_4 + \hat{i}_1\right\|^2 \cdot 1 = 142.4W$$
$$Q = 0$$

R2

$$P = I_{eff}^{\ 2} \cdot R = \left\|\hat{i}_3 + \hat{i}_2\right\|^2 \cdot 1 = 6.4W$$
$$Q = 0$$

R3

$$P = I_{eff}^{\ 2} \cdot R = \left\|\hat{i}_2\right\|^2 \cdot 1 = 16W$$
$$Q = 0$$

V1

$$V_{V1} = 12$$
$$I_{V1} = \hat{i}_4 - \hat{i}_3$$
$$S = P + jQ = V \cdot I^* = 12 \cdot (\hat{i}_3 - \hat{i}_4)^* = -43.2 + j33.6$$

I1

$V_{I1} = -12.8 - 2.4j$

$I_{I1} = 4$

$S = P + jQ = V \cdot I^* = (-12.8 - 2.4j) \cdot 4 = -51.2 - j9.6$

Ig

$V_{I2} = -(6.8 + 12.4j)$

$I_{I2} = 2 \cdot \hat{I}_X = 2 \cdot (\hat{i}_2 + \hat{i}_3) = 1.6 + 4.8j$

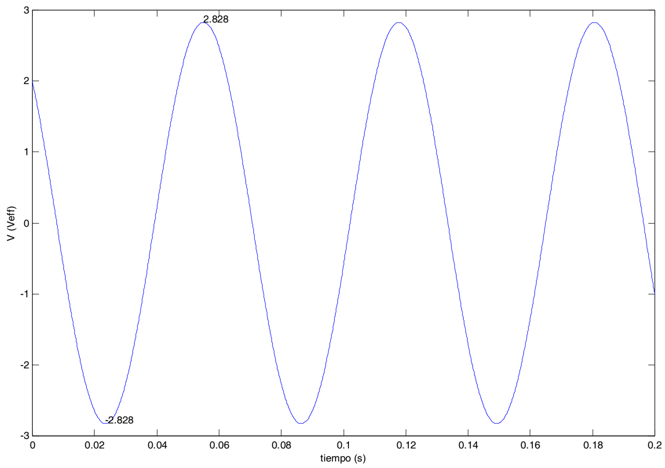
$S = P + jQ = V \cdot I^* = -(6.8 + 12.4j) \cdot (1.6 + 4.8j)^* = -70.4 + j12.8$

	P	**Q**
C_1	0	-65.1
L_1	0	28.8
R_1	142.4	0
R_2	6.4	0
R_3	16	0
V_1	-43.2	33.6
I_1	-51.2	-9.6
I_2	-70.4	12.8

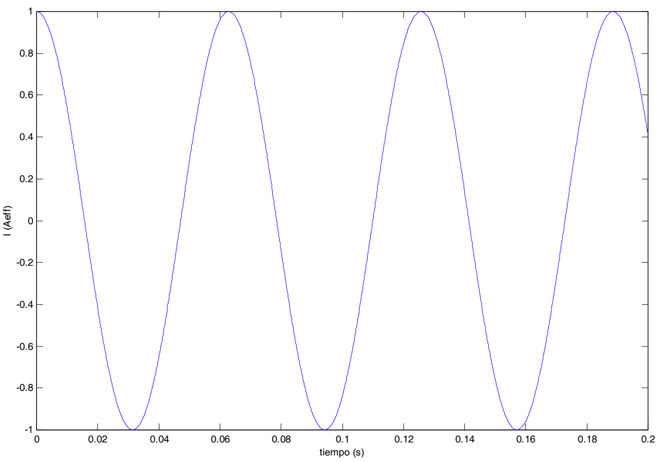
PROBLEMA 49:

Sobre un circuito desconocido, que sólo contiene elementos pasivos (resistencias, condensadores y bobinas) y fuentes de tensión de alterna de frecuencia ω =100 rad/s se realizaron las siguientes medidas:

- Conectando un osciloscopio entre dos de los terminales del circuito, se observó una tensión como la mostrada en la siguiente gráfica:



- Conectando una carga (compuesta por una resistencia de 1Ω en serie con una bobina de 10mH) entre esos dos mismos terminales, se midió con el osciloscopio la corriente a través de la carga, tal como se muestra en la siguiente gráfica:



¿Qué potencia media consumirá una carga (compuesta por una resistencia de 2Ω en serie con una bobina de 20mH) conectada entre los mencionados terminales? Razónese la respuesta.

SOLUCIÓN 49:

Cualquier circuito puede ser representado por su equivalente Thevenin entre 2 de sus terminales:

La tensión del primer gráfico se corresponde directamente con la V_{TH} y la segunda gráfica se refiere a la corriente que circula por el circuito al colocar una carga entre los terminales A-B.

<u>Cálculo de V_{TH}:</u>

En el primer gráfico se observa que la amplitud de la señal es 2.828 V_{eff}, por tanto:

$$V_{TH}(t) = 2.828\cos(100t + \phi)$$

también se obtiene del gráfico que para t = 0, V_{TH} = 2 V_{eff} , lo que permite deducir el valor de la fase:

$$2 = 2.828\cos\phi \rightarrow \cos\phi = 0.7072 \rightarrow \phi = 45º = \frac{\pi}{2}\text{rad}$$

Por lo tanto, la tensión de Thevenin en el dominio temporal es:

$$V_{TH}(t) = 2.828\cos(100t + \frac{\pi}{4})\ V_{eff}$$

y como fasor:

$$\hat{V}_{TH} = 2.828(\cos\frac{\pi}{4} + j\sin\frac{\pi}{4}) = 2 + j2$$

<u>Cálculo de I:</u>

En el primer gráfico se observa que la amplitud de la señal es 1 A_{eff}, por tanto:

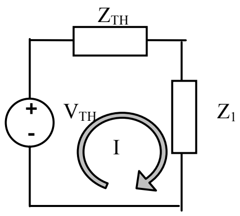
$$I(t) = \cos(100t + \phi)$$

también se obtiene del gráfico que para t = 0, I = 1 A_{eff} , lo que permite deducir el valor de la fase:

$1 = \cos\phi \rightarrow \phi = 0° = 0\text{rad}$

Por lo tanto, la corriente por el circuito con la carga en el dominio temporal es:
$I(t) = \cos(100t)\ A_{eff}$
y como fasor:
$\hat{I} = 1(\cos 0 + j\sin 0) = 1$

A partir del dato de la corriente que circula por el circuito al colocar una carga compuesta por una resistencia de 1Ω en serie con una bobina de 10mH ($\hat{I} = 1$), se deduce el valor de la impedancia de Thevenin Z_{TH} del circuito:



Z_1 = resistencia de 1Ω en serie con bobina de 10mH

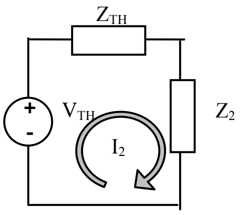
$$Z_1 = R + j\omega L = 1 + j\cdot 100\cdot 10\cdot 10^{-3} = 1 + j$$

Ecuación de malla:

$$\hat{V}_{TH} = \hat{I}\cdot Z_{TH} + \hat{I}\cdot Z_1$$

$$Z_{TH} = \frac{\hat{V}_{TH} - \hat{I}\cdot Z_1}{\hat{I}} = \frac{2 + 2j - 1\cdot(1 + j)}{1} = 1 + j$$

Ahora ya conocemos el circuito equivalente Thevenin del circuito "desconocido", por lo que se puede calcular el dato que pedía el enunciado, esto es, la potencia media consumida por una carga compuesta por una resistencia de 2Ω en serie con una bobina de 20mH (Z_2):



$$Z_2 = R + j\omega L = 2 + j\cdot 100\cdot 20\cdot 10^{-3} = 2 + j2$$

$$\hat{V}_{TH} = \hat{I}_2\cdot Z_{TH} + \hat{I}_2\cdot Z_1$$

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_{TH}}{Z_{TH} + Z_1} = \frac{2 + 2j}{1 + j + 2 + 2j} = \frac{2(1 + j)}{3(i + j)} = \frac{2}{3}\ A_{eff}$$

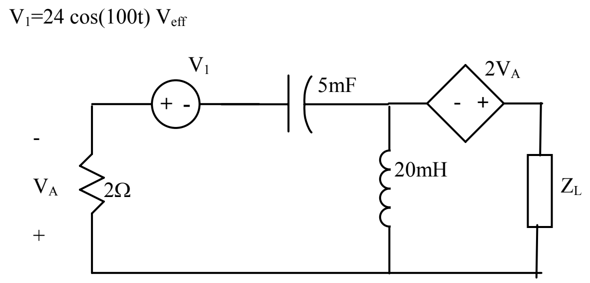
La potencia media consumida por la carga Z_2: $P = \left|\hat{I}_2\right|^2 \cdot \text{Real}\{Z_2\} = \left[\frac{2}{3}\right]^2 \cdot 2 = \frac{8}{9}\,\text{W}$

Febrero 2003

PROBLEMA 50:

En el circuito de la figura:

- Obtened el valor de la impedancia de carga Z_L para obtener una transferencia de potencia máxima. En estas condiciones, calculad el valor de la potencia media y la potencia reactiva de la carga Z_L.
- Con el circuito cargado con la impedancia Z_L, hallad la potencia media y reactiva de las fuentes de circuito, razonad si actúan como componentes activos o pasivos.



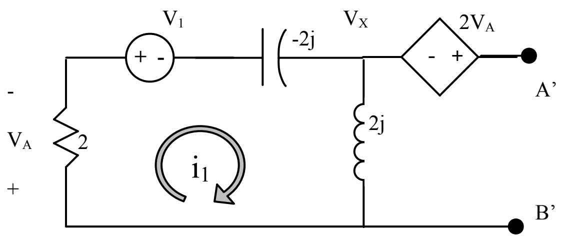
SOLUCIÓN 50:

- Obtened el valor de la impedancia de carga Z_L para obtener una transferencia de potencia máxima. En estas condiciones, calculad el valor de la potencia media y la potencia reactiva de la carga Z_L.

Por el teorema de máxima transferencia de potencia, $Z_L = Z_{TH}^*$.
Vamos a calcular el valor de Z_{TH}:

$$Z_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N}$$

Cálculo de V_{TH}:



$$Z_R = 2$$
$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j\cdot 100\cdot 5\cdot 10^{-3}} = -2j$$
$$Z_L = j\omega L = j\cdot 100\cdot 20\cdot 10^{-3} = 2j$$
$$\hat{V}_1 = 24$$

Si colocamos la referencia a masa en el nodo B’, la tensión de Thevenin será:

$$\hat{V}_{TH} = (\hat{V}_{A'} - \hat{V}_{B'})_{abierto} = \hat{V}_{A'} - 0 = \hat{V}_X + 2\hat{V}_A$$

donde

$$\hat{V}_X = \hat{i}_1\cdot 2j$$
$$\hat{V}_A = \hat{i}_1\cdot 2$$

El valor de la corriente $\hat{i}_1$ lo obtenemos a partir de la ecuación de malla:

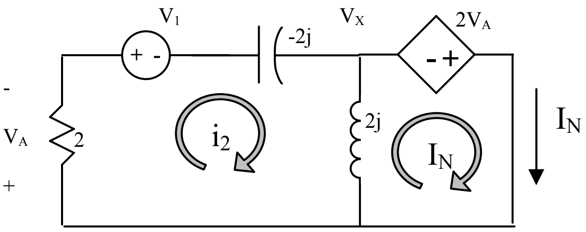
$$-\hat{V}_1 = \hat{i}_1\cdot(2 + 2j - 2j)$$
$$-24 = \hat{i}_1\cdot 2$$
$$\hat{i}_1 = -12$$

por tanto:

$$\hat{V}_X = \hat{i}_1\cdot 2j = -12\cdot 2j = -24j$$
$$\hat{V}_A = \hat{i}_1\cdot 2 = -12\cdot 2 = -24$$

$$\hat{V}_{TH} = \hat{V}_X + 2\hat{V}_A = -24j + 2\cdot(-24) = -24(2 + j)V_{eff}$$

Cálculo de I_N:



$$I_N = (I_{A'} - I_{B'})_{cortocircuito}$$

Aplicando análisis de mallas:

$$-24 = (2-2j)\cdot\hat{i}_2 + 2j\cdot(\hat{i}_2 - \hat{I}_N)$$

$$2\hat{V}_A = 2j\cdot(\hat{I}_N - \hat{i}_2)$$

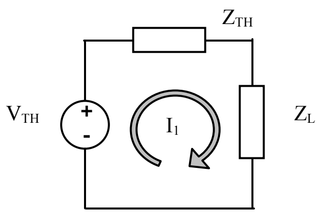
y utilizando la ecuación de control de la fuente de tensión dependiente de tensión: $\hat{V}_A = \hat{i}_2\cdot 2$, tenemos el sistema de ecuaciones que nos permitirá hallar el valor de la corriente de Norton:

$$\left.\begin{array}{l} -24 = (2-2j)\cdot\hat{i}_2 + 2j\cdot(\hat{i}_2 - \hat{I}_N) \\ 4\hat{i}_2 = 2j\cdot(\hat{I}_N - \hat{i}_2) \end{array}\right\} \ldots\ldots \rightarrow \quad \hat{I}_N = -6(1+3j)A_{eff}$$

La impedancia de Thevenin será: $Z_{TH} = \dfrac{V_{TH}}{I_N} = \dfrac{-24(2+j)}{-6(1+3j)} = 4\dfrac{(2+j)}{(1+3j)} = 2-2j$

y el valor de la impedancia de carga: $\boxed{\mathbf{Z_L = Z_{TH}^* = 2+2j}}$

El valor de la potencia media y la potencia reactiva de la carga Z_L los calculamos utilizando el circuito equivalente de Thevenin:



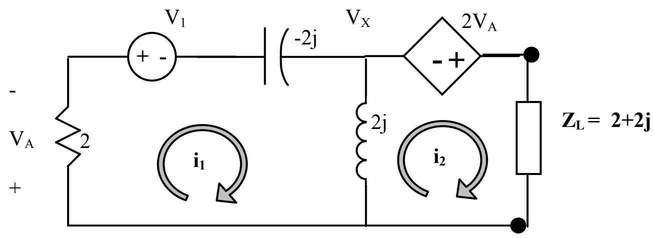
$$\hat{I} = \frac{\hat{V}_{TH}}{Z_{TH} + Z_L} = \frac{-24(2+j)}{2-2j+2+2j} = -6(2+j)A_{eff}$$

$$P_{Z_L} = \left|\hat{I}\right|^2\cdot\mathrm{Re}\{Z_L\} = 180\cdot 2 = 360W$$

$$Q_{Z_L} = \left|\hat{I}\right|^2\cdot\mathrm{Im}\{Z_L\} = 180\cdot 2 = 360VAR$$

$$\boxed{\mathbf{P_{ZL} = 360W \quad Q_{ZL} = 360VAR}}$$

- Con el circuito cargado con la impedancia Z_L, hallad la potencia media y reactiva de las fuentes de circuito, razonad si actúan como componentes activos o pasivos.



Vamos a calcular las corrientes por las fuentes del circuito mediante el análisis de mallas para así hallar la potencia media y reactiva de cada fuente.

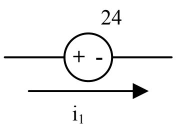
Ecuaciones de malla:

$$-24 = (2-2j)\cdot\hat{i}_1 + 2j\cdot(\hat{i}_1 - \hat{i}_2)$$
$$2\hat{V}_A = 2j\cdot(\hat{i}_2 - \hat{i}_1) + \hat{i}_2\cdot(2+2j)$$

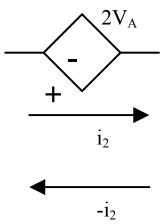
y utilizando la ecuación de control de la fuente de tensión dependiente de tensión: $\hat{V}_A = \hat{i}_1\cdot 2$, obtenemos:

$$\hat{i}_1 = -(6+12j)$$
$$\hat{i}_2 = -(12+6j)$$

Potencias en las fuentes (utilizando el criterio de signos pasivo):



$$\vec{S} = \hat{V}\cdot\hat{I}^* = 24\cdot(-6-12j)^* = 24\cdot(-6+12j) = -144+288j$$
$P = -144W \quad \rightarrow$ **fuente ACTIVA**
$Q = 288VAR$

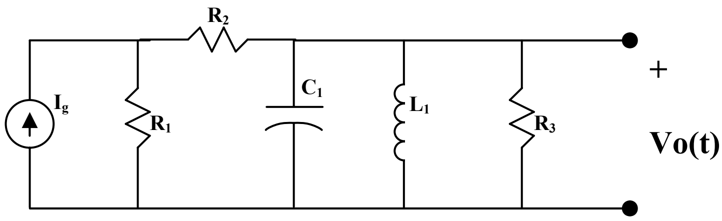


$$\vec{S} = \hat{V}\cdot\hat{I}^* = 2\cdot\hat{V}_A\cdot(-\hat{i}_2)^* = 2\cdot 2\cdot\hat{i}_1\cdot(12-6j) = -4\cdot(-6-12j)\cdot(12-6j) = -576-432j$$
$P = -576W \quad \rightarrow$ **fuente ACTIVA**
$Q = -432VAR$

Junio 2003

PROBLEMA 51:

En el siguiente circuito:



a) Calculad la tensión Vo(t).
b) Calculad las potencias medias consumidas o generadas por cada componente.

Datos:

$Ig = 3 \cdot \cos(200 \cdot t)$ mA
$R_1 = 22\Omega$ $R_2 = 6\Omega$ $R_3 = 5\Omega$
$C_1 = 12.5$mF $L_1 = 2$mH

SOLUCIÓN 51:

a)Cálculo de la tensión Vo(t):

Se utilizara el sistema de unidades (V, A, Ω), antes de analizar el circuito, pasamos todas las variables a fasores:

$$I_g = 3 \cdot \cos(200 \cdot t)\,\text{mA} \rightarrow \hat{I}_g = 3 \cdot 10^{-3} e^{j0} = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega = 200\text{rad}/\text{s}$$

$$Z_1 = 22$$

$$Z_2 = 6$$

$$Z_3 = 5$$

$$Z_L = j\omega L = j \cdot 200 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 0.4j$$

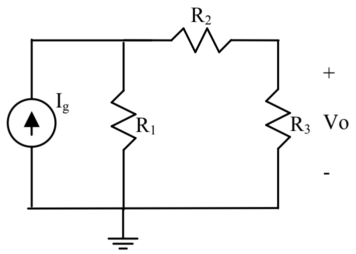
$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \cdot 12.5 \cdot 10^{-3} \cdot 200} = -0.4j$$

Agrupamos las impedancias en paralelo para simplificar el análisis:

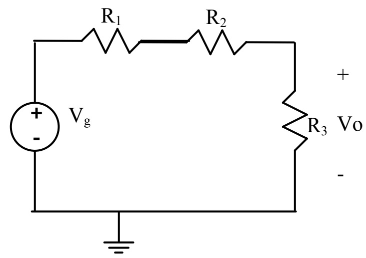
$$Z_{eq} = Z_C // Z_L // Z_3 = Z_3 = 5$$

$$Z_C // Z_L = \frac{Z_C \cdot Z_L}{Z_C + Z_L} = \infty \rightarrow \text{circuito abierto}$$

Circuito resultante:



transformación de fuentes

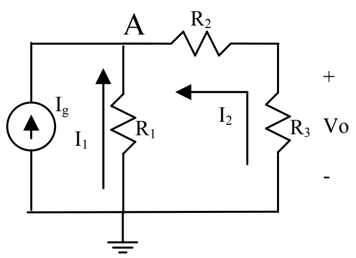


$$\hat{V}_g = \hat{I}_g \cdot Z_1 = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 22 = 66 \cdot 10^{-3}\,V$$

Vo es la tensión en el divisor de tensión:

$$\boxed{\begin{array}{l} \hat{V}_o = \dfrac{\hat{V}_g}{Z_1 + Z_2 + Z_3} Z_3 = \dfrac{66 \cdot 10^{-3}}{22 + 6 + 5} 5 = 10 \cdot 10^{-3} = 0.01V = 10mV \\ \mathbf{\hat{V}_o = 0.01 \rightarrow V_o(t) = 0.01\cos(200t)V} \end{array}}$$

b) Cálculo de las potencias medias consumidas o generadas por cada componente:



Nodos en A:

$$\hat{I}_g + \hat{I}_1 + \hat{I}_2 = 0$$

$$3 \cdot 10^{-3} + \frac{-\hat{V}_A}{22} + \frac{-\hat{V}_A}{6+5} = 0$$

$$\hat{V}_A = 22 \cdot 10^{-3}\,V$$

$$\hat{I}_1 = -10^{-3}\,A$$

$$\hat{I}_2 = -2 \cdot 10^{-3}\,A$$

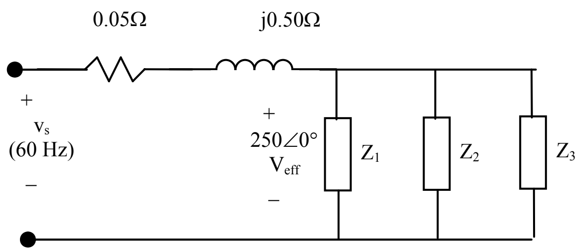
Potencias medias en cada componente:

$$\boxed{\begin{aligned}
&P(C) = 0\\
&P(L) = 0\\
&P(R_1) = \frac{1}{2}\left|\hat{I}_1\right|^2 \cdot R_1 = \frac{1}{2}\cdot(10^{-3})^2\cdot 22 = 11\cdot 10^{-6}\,W = 11\mu W\\
&P(R_2) = \frac{1}{2}\left|\hat{I}_2\right|^2 \cdot R_2 = \frac{1}{2}\cdot(2\cdot 10^{-3})^2\cdot 6 = 12\cdot 10^{-6}\,W = 12\mu W\\
&P(R_3) = \frac{1}{2}\left|\hat{I}_3\right|^2 \cdot R_3 = \frac{1}{2}\cdot(2\cdot 10^{-3})^2\cdot 5 = 10\cdot 10^{-6}\,W = 10\mu W\\
&P(I_g) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{-\hat{V}_A\cdot\hat{I}_g^{\,*}\right\} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{-22\cdot 10^{-3}\cdot 3\cdot 10^{-3}\right\} = -33\cdot 10^{-6}\,W
\end{aligned}}$$

Septiembre 2003

PROBLEMA 52:

Las tres cargas en el circuito de la figura se pueden describir de la siguiente manera: la carga Z_1 absorbe una potencia media de 8kW con un factor de potencia inductivo de 0.8. La carga Z_2 absorbe 20kVA con un factor de potencia capacitivo de 0.6. La carga Z_3 es un impedancia de 2.5+5j Ω. Obtener la expresión para $v_s(t)$ en estado estacionario si la frecuencia de la fuente es de 60 Hz.



SOLUCIÓN 52:

A partir de los datos del enunciado es posible calcular el valor de cada una de las impedancias, conocidas éstas, ya se obtiene fácilmente expresión para $v_s(t)$.

Carga Z_1:

$$P = 8kW$$
$$fp = 0.8$$
$$|S| = \frac{P}{fp} = \frac{8000}{0.8} = 10000VA$$
$$Q = \sqrt{|S|^2 - P^2} = \sqrt{10000^2 - 8000^2} = 6000VAR$$

$$\boxed{Z_1 = 5 + 3.75j\ \Omega}$$

$$Ieff = \frac{|S|}{Veff} = \frac{10000}{250} = 40Aeff$$
$$P = Ieff^2 \cdot R \rightarrow R = \frac{P}{Ieff^2} = \frac{8000}{40^2} = 5$$
$$Q = Ieff^2 \cdot X \rightarrow X = \frac{Q}{Ieff^2} = \frac{6000}{40^2} = 3.75$$

Carga Z_2:

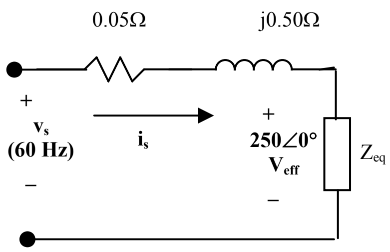
$$|S| = 20\text{kVA}$$
$$\text{fp} = 0.6 \quad \text{capacitivo}$$
$$P = |S|\cdot\text{fp} = 20000\cdot 0.6 = 12000\text{W}$$
$$Q = \sqrt{|S|^2 - P^2} = \sqrt{20000^2 - 12000^2} = -16000\text{VAR}$$
$$\text{Ieff} = \frac{|S|}{\text{Veff}} = \frac{20000}{250} = 80\text{Aeff}$$
$$P = \text{Ieff}^2\cdot R \rightarrow R = \frac{P}{\text{Ieff}^2} = \frac{12000}{80^2} = 1.875$$
$$Q = \text{Ieff}^2\cdot X \rightarrow X = \frac{Q}{\text{Ieff}^2} = \frac{-16000}{80^2} = -2.5$$

$\boxed{\mathbf{Z_2 = 1.875 - 2.5j\ \Omega}}$

Y Z_3 es conocida, $\boxed{\mathbf{Z_2 = 2.5 + 5j\ \Omega}}$

La impedancia equivalente al conjunto de Z_1, Z_2 y Z_3 en paralelo:

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{5+3.75j} + \frac{1}{1.875-2.5j} + \frac{1}{2.5+5j} \rightarrow Z_{eq} = 2.5\Omega$$



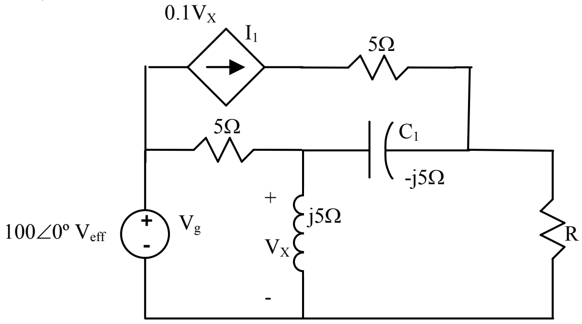
$$i_s = \frac{250\text{Veff}}{2.5} = 100\text{Aeff}$$
$$v_s = 250\text{Veff} + (0.05+0.5j)\cdot 100\text{Aeff} = 255 + j50 = 259.86\angle 11.09^{\circ}\,\text{Veff}$$

$\boxed{\mathbf{v_s(t) = \sqrt{2}\cdot 259.86\cdot\cos(120\pi t + 11.09^{o})}}$

Diciembre 2003

PROBLEMA 53:

En el circuito siguiente,



- Calculad el valor de la resistencia R para que consuma máxima potencia
- Calculad la potencia media suministrada a R
- Si R se sustituye por una impedancia Z, ¿cuál es la máxima potencia media que se puede suministrar a Z?
- ¿Qué porcentaje de la potencia generada en el circuito se suministra a la carga Z en caso de máxima potencia?

SOLUCIÓN 53:

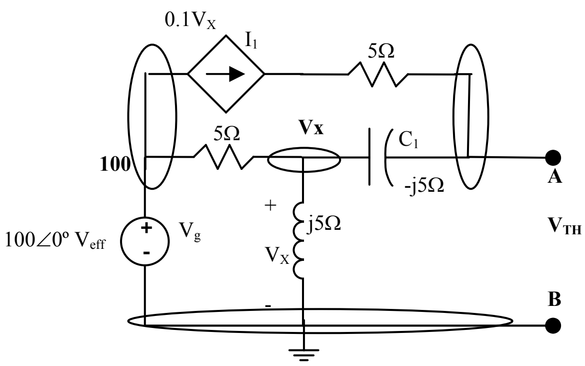
- Calculad el valor de la resistencia R para que consuma máxima potencia.

Según el teorema de máxima transferencia de potencia, el valor de la resistencia R que consume máxima potencia es igual al módulo de la impedancia de Thévenin vista desde los terminales de R:

$$R_{\text{Máxima Potencia}} = // Z_{TH} //$$

Por lo tanto, se ha de obtener el valor de la Z_{TH} vista desde los terminales de R. Como el circuito dispone de una fuente dependiente, Z_{TH} debe obtenerse aplicando el método test o bien hallando V_{TH} e I_N.

Cálculo de V_{TH}:

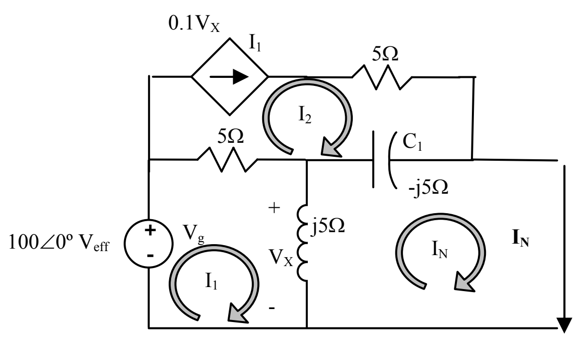


Analizando por nodos:

$V_{TH} = (V_{AB})_{\text{circuito abierto}}$

$V_{TH} = 80 + 60j$

Cálculo de I_N:



Analizando por mallas:

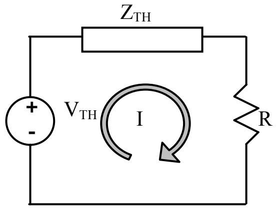
$I_N = (I_{AB})_{\text{cortocircuito}}$

$I_N = 10 + 20j$

$$Z_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{80+60j}{10+20j} = 4-2j$$

$$\boxed{\mathbf{R_{\text{Máxima Potencia}} = // Z_{TH} // = 4.47\ \Omega}}$$

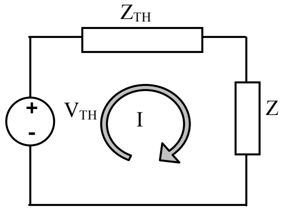
- Calculad la potencia media suministrada a R



$$I = \frac{V_{TH}}{Z_{TH} + R} = \frac{80 + 60j}{4 - 2j + 4.47} = 7.36 + 8.82j$$

$$\boxed{\mathbf{P_R} = |I|^2 \cdot R = \ldots = \mathbf{590.17W}}$$

- Si R se sustituye por una impedancia Z, ¿cuál es la máxima potencia media que se puede suministrar a Z?



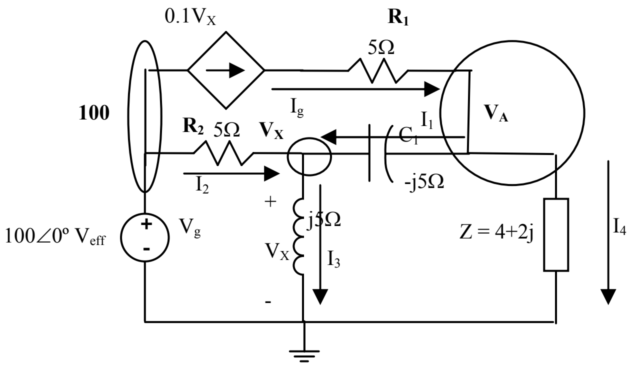
$$Z = Z_{TH}{*} = 4 + 2j$$

$$I = \frac{V_{TH}}{Z_{TH} + Z} = \frac{80 + 60j}{4 - 2j + 4 + 2j} = \frac{80 + 60j}{8} = 10 - 7.5j$$

$$\boxed{\mathbf{P_R} = |I|^2 \cdot R = \ldots = \mathbf{625W}}$$

- ¿Qué porcentaje de la potencia generada en el circuito se suministra a la carga Z en caso de máxima potencia?

Para responder a esta pregunta hay que realizar un balance de potencias en el circuito cargado con Z = 4+2j, es decir, calcular las potencias de todos los elementos, para así conocer el total de potencia generada y el consumido por Z.



Resolviendo por nodos:

$V_X = 50 + 25j$
$V_A = 25 + 50j$

$I_g = 5 + 2.5j$
$I_1 = 10 - 5j$
$I_2 = -5 - 5j$
$I_3 = 5 - 10j$
$I_4 = 10 + 7.5j$

Potencias:

Fuente de 100 V: S = -1500-250j VA
Fuente dependiente: S= 93.75-437.5j VA
R_1: P = 156.25 W
R_2: P = 625 W
Z: S = 625 +312.5j VA
L: Q = 625j VAR
C: Q = -250j VAR

La potencia generada total son 1500W, y la consumida por Z, 625W, por lo tanto el porcentaje de la potencia generada en el circuito que se suministra a la carga Z en caso de máxima potencia es

$$\boxed{\frac{P_Z}{P_{generada}} = \frac{625}{1500} = \mathbf{41.67\%}}$$

Además, el balance de potencias es correcto, pues se cumple que $\sum P = 0$ y $\sum Q = 0$.

Febrero 2004

PROBLEMA 54:

El dueño de una fábrica quiere disminuir el consumo eléctrico y para ello contrata a una empresa de ingeniería eléctrica para que estudie su caso. Su fábrica tiene una carga eléctrica de 1200 kW con un factor de potencia inductivo de 0.8., así que los ingenieros le colocan en la fábrica una carga adicional con un factor de potencia variable que añadirá 240kW a la carga de potencia real de la fábrica. El factor de potencia de la nueva carga se ajustará hasta que el factor de potencia global de la fábrica sea de 0.96 inductivo.

- ¿Cuál es el factor de potencia de la carga adicional?
- Si el voltaje eficaz en la entrada de la fábrica es de 2500V, ¿cuál es el valor eficaz de la corriente que entra a la fábrica antes de añadir la carga con un factor de potencia variable?
- ¿Cuál es el valor eficaz de la corriente que entra a la fábrica después de añadir la carga con un factor de potencia variable?
- ¿Qué ha ocurrido con el consumo eléctrico?

SOLUCIÓN 54:

- ¿Cuál es el factor de potencia de la carga adicional?

Los datos del enunciado referentes a las potencias de las cargas son:

Carga inicial, Z:

$$P_Z = 1200\text{kW}$$
$$fp_Z = 0.8 \text{ inductivo}$$

Carga adicional, Z':

$$P_{Z'} = 240\text{kW}$$
$$fp_{Z'} = ?$$

Conjunto de las dos cargas:

$$fp_{global} = 0.96 \text{ inductivo}$$

A partir de los datos anteriores, se pueden calcular los valores de las potencias reactivas (Q) y aparentes (/S/) de cada carga y con estos valores se hallará el valor del factor de potencia de la carga adicional.

Carga inicial, Z:

$P_Z = 1200kW$
$fp_Z = 0.8$ inductivo

$$\left. \begin{array}{l} P_Z = 1200kW \\ fp_Z = 0.8 \text{ inductivo} \end{array} \right\} \begin{array}{l} /S/_Z = \dfrac{P_Z}{fp_Z} = \dfrac{1200k}{0.8} = 1500kVA \\ Q_Z = \sqrt{/S/_Z{}^2 - P_Z{}^2} = \sqrt{1500k^2 - 1200k^2} = 900kVAR \end{array}$$

Conjunto de las dos cargas:

$P_{global} = P_Z + P_{Z'} = 1200kW + 240kW = 1440kW$
$Q_{global} = Q_Z + Q_{Z'} = 900kVAR + Q_{Z'}$
$fp_{global} = 0.96$ inductivo

$$/S/_{global} = \frac{P_{global}}{fp_{global}} = \frac{1440k}{0.96} = 1500kVA$$

$$Q_{global} = \sqrt{/S/_{global}{}^2 - P_{global}{}^2} = \sqrt{1500k^2 - 1440k^2} = 420kVAR$$

$Q_{global} = Q_Z + Q_{Z'} = 900kVAR + Q_{Z'} = 420kVAR \rightarrow Q_{Z'} = -480$ kVAR

Carga adicional, Z':

$Q_{Z'} = -480$ kVAR

$$/S/_{Z'} = \sqrt{P_Z{}^2 + Q_Z^2} = \sqrt{240k^2 + (-480k)^2} = 535.65kVA$$

$$\boxed{\mathbf{fp_{Z'}} = \frac{P_{Z'}}{/S_{Z'}/} = \frac{240}{536.65} = \mathbf{0.4472\ capacitivo}}$$

- Si el voltaje eficaz en la entrada de la fábrica es de 2500V, ¿cuál es el valor eficaz de la corriente que entra a la fábrica antes de añadir la carga con un factor de potencia variable?

$$/S/ = V_{eff} \cdot I_{eff}$$

$$/S/_{antes} = /S/_Z = 1500kVA$$

$$(I_{eff})_{antes} = \frac{/S/_{antes}}{V_{eff}} = \frac{1500kVA}{2500V} = 0.6kA = 600A$$

$$\boxed{\mathbf{(I_{eff})_{antes} = 600A}}$$

- ¿Cuál es el valor eficaz de la corriente que entra a la fábrica después de añadir la carga con un factor de potencia variable?

$$/S/ = V_{eff} \cdot I_{eff}$$
$$/S/_{despues} = /S/_{global} = 1500\text{kVA}$$
$$(I_{eff})_{despues} = \frac{/S/_{despues}}{V_{eff}} = \frac{1500\text{kVA}}{2500\text{V}} = 0.6\text{kA} = 600\text{A}$$

$$\boxed{(\mathbf{I_{eff}})_{\mathbf{despues}} = \mathbf{600A}}$$

- ¿Qué ha ocurrido con el consumo eléctrico?

No se ha conseguido el ahorro de corriente deseado.

TEMA 4:

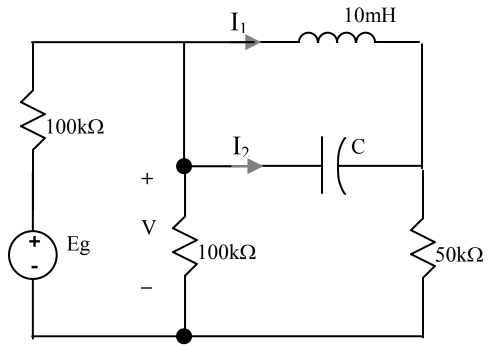
RESONANCIA

Febrero 1999

PROBLEMA 55:

En el circuito de la figura se desconocen los valores de C y Eg, donde Eg representa una fuente de tensión senoidal de frecuencia variable. A una determinada frecuencia se miden los siguientes valores:

- I_1 = 2mA eficaces
- I_2 = 2mA eficaces
- V = 4V eficaces



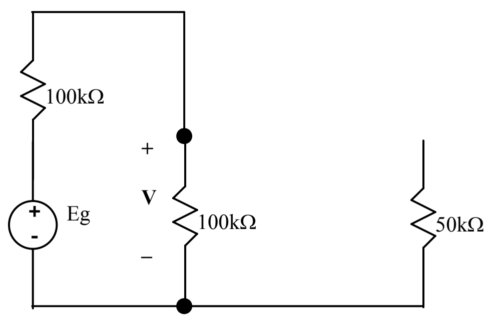
En esas condiciones se pide:

- Calcular el valor eficaz de Eg y el valor del condensador C.
- ¿Cómo variará I_1 al aumentar la frecuencia? ¿Cómo lo hará I_2?. Razonar la respuesta.

SOLUCIÓN 55:

Se presenta un circuito resonante paralelo (L y C en paralelo). Cuando las intensidades que circulan por ambos elementos son iguales nos encontramos en situación de resonancia.

En estas condiciones, pueden sustituirse L y C por un circuito abierto, con lo que tenemos:



Sobre este circuito se obtiene Eg de forma sencilla, por ejemplo aplicando la fórmula del divisor de tensión:

V = Eg*100k/(100k+100k) = Eg/2

$\boxed{\textbf{Eg = 2*V = 8V (eficaces)}}$

Falta determinar el valor de C: si nos fijamos en el circuito en el que se han eliminado L y C, vemos que por la resistencia de 50k no circula corriente y por tanto no cae tensión en ella.

De este modo, la tensión en la bobina y el condensador será igual a la V indicada en el circuito = 4V.

En la bobina: $V = I\cdot\omega_0\cdot L$; $\omega_0 = V/(I\cdot L) = 4V/2mA*10mH = 2*10^5$ rad/s

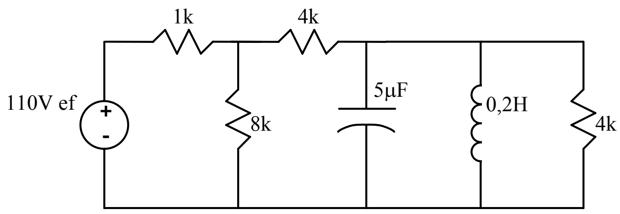
Y en el condensador: $V = I/(\omega_0 \cdot C)$; $\boxed{C = I/(V\cdot\omega_0) = 2mA/4V*2*10^5 rad/s = \mathbf{2{,}5nF}}$

En resonancia, las corrientes en la bobina y el condensador son máximas (y desfasadas 180º). Cualquier variación de la frecuencia (aumento o disminución) hace que las intensidades se reduzcan

Junio 1999

PROBLEMA 56:

En el circuito de la figura la fuente de tensión es senoidal y de frecuencia variable:

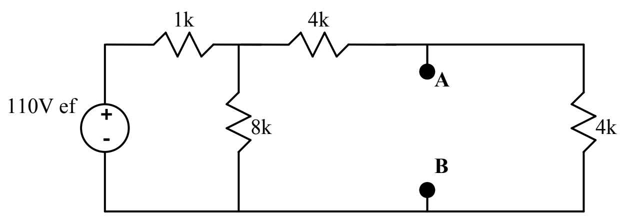


Se pide:

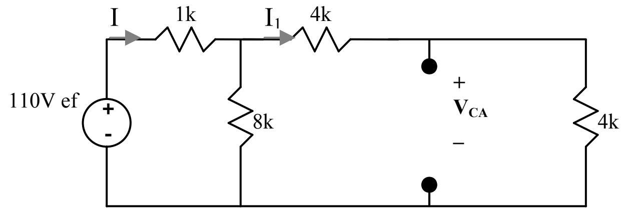
- Utilizando el equivalente Norton adecuado, reducir el circuito a un circuito resonante paralelo
- Obtener frecuencia de resonancia, ancho de banda y factor de calidad del circuito
- Se ajusta la frecuencia de la fuente hasta hacerla coincidir con la frecuencia de resonancia. En estas condiciones, calcular la intensidad que circula por la resistencia de 8k.

SOLUCIÓN 56:

El equivalente Norton que se pide es el que permite representar a todos los componentes del circuito salvo el condensador y la bobina respecto de los terminales de éstos (A y B):



Cálculo de la tensión a circuito abierto:

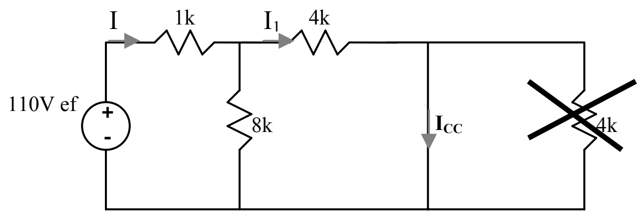


$I = 110V / (1k+(8k//(4k+4k))$
$I = 110V / (1k+ 4k) = 22mA$

$I_1 = I/2 = 11mA$ (divisor de intensidad)

$V_{CA} = I1*4K = 44V$

Cálculo de la intensidad de cortocircuito:



La resistencia de 4k se puede eliminar por encontrarse en paralelo con un cortocircuito

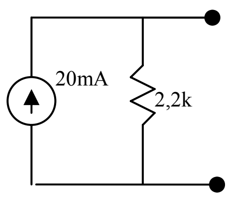
$I = 110V/(1k+(8k//4k) = 110V/(11/3)k$

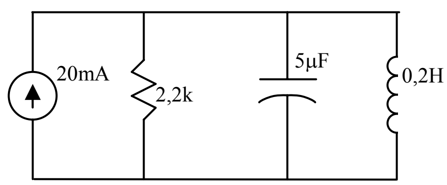
$I_1 = I_{CC} = I*8k/(4k+8k)$
(div. intensidad)

$I_{CC} = 20mA$

$\boxed{\mathbf{I_{NORTON} = Icc = 20mA}}$ $\boxed{\mathbf{R_{NORTON} = V_{CA}/I_{CC} = 2{,}2k\Omega}}$

Con lo que el equivalente queda: Y el circuito completo:

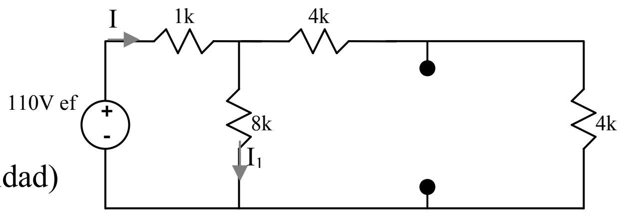




Sobre el RLC paralelo, basta aplicar las fórmulas para obtener los valores pedidos:

- Frecuencia de resonancia: $\boxed{\boldsymbol{\omega_0} = 1/\sqrt{LC} = 1/\sqrt{(0.2*5*10^{-6})} = \mathbf{1000\ rad/s}}$
- Ancho de banda: $\boxed{\mathbf{AB} = 1/RC = 1/(2.2*10^{3}*5*10^{-6}) = \mathbf{90.9\ rad/s}}$
- Factor de calidad: $\boxed{\mathbf{Q} = \omega_0/AB = 1000/90.9 = \mathbf{11}}$

A la frecuencia de resonancia, una bobina y un condensador <u>en paralelo</u> pueden sustituirse por un circuito abierto. Por tanto, la intensidad que circula por la resistencia de 8K puede ser obtenida directamente:



I = 110V / (1k+(8k//(4k+4k))

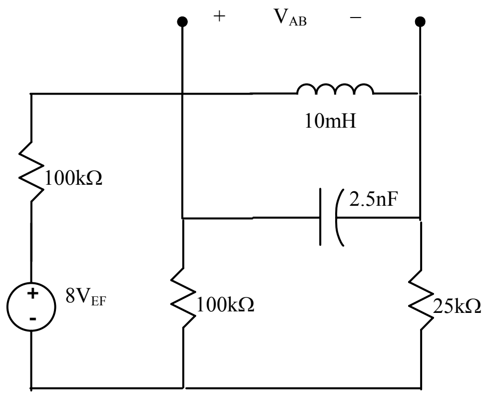
I = 110V / (1k+ 4k) = 22mA

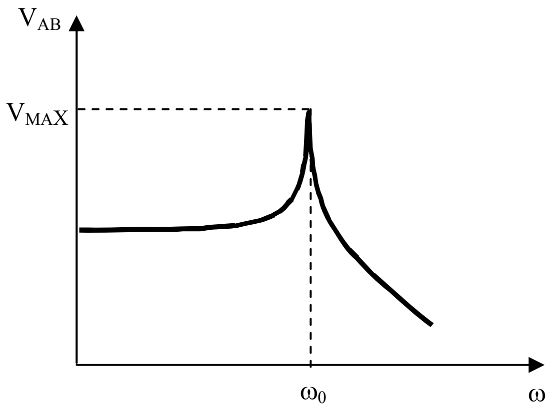
$\boxed{I_1 = I/2 = \mathbf{11mA}}$ (divisor de intensidad)

Diciembre 1999

PROBLEMA 57:

En el circuito de la figura la fuente de tensión es senoidal y de frecuencia variable. La gráfica representa los valores que toma la tensión V_{AB} en función de la frecuencia.





Se pide:

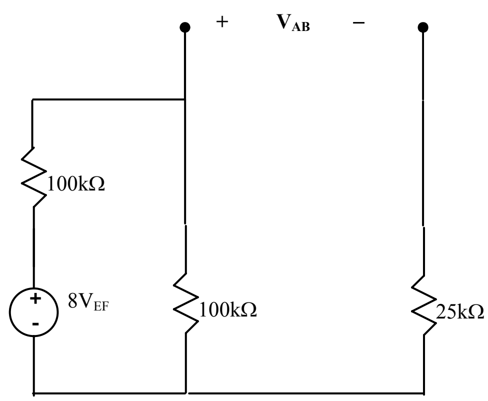
- Determinar el valor de V_{MAX}
- Determinar el ancho de banda del circuito

SOLUCIÓN 57:

V_{MAX} es la tensión a la frecuencia de resonancia. En resonancia se puede sustituir el conjunto bobina + condensador en paralelo por un circuito abierto.

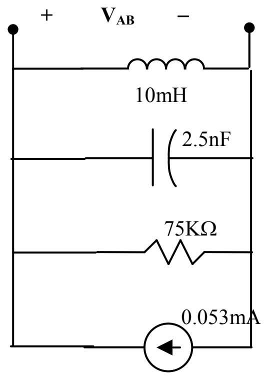
Aplicando un divisor de tensión:

$$\boxed{\mathbf{V_{MAX}} = 8V \cdot \frac{100k\Omega}{200k\Omega} = \mathbf{4V}}$$



El equivalente Norton para todos los elementos salvo la bobina y el condensador nos da:

I_N=0.053mA R_N=75kΩ



Añadiendo bobina y condensador obtenemos un circuito resonante serie estándar.

La expresión para el ancho de banda es:

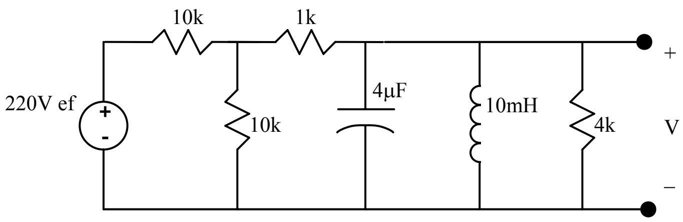
$$\boxed{\mathbf{AB}= \frac{1}{RC} = \frac{1}{75\cdot 10^{3}\cdot 2{,}5\cdot 10^{-9}} = \mathbf{5333}\,\frac{\mathbf{rad}}{\mathbf{s}}}$$

Febrero 2000

PROBLEMA 58:

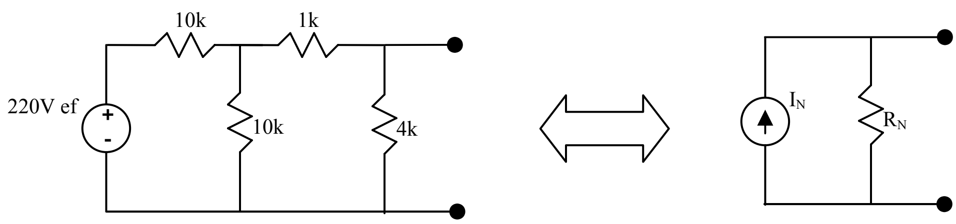
En el circuito de la figura, la fuente de tensión es senoidal y de frecuencia variable. Se pide:

- calcular frecuencia de resonancia, ancho de banda y factor de calidad del circuito.
- representar aproximadamente el comportamiento de la tensión V en función de la frecuencia, especificando cuál es el valor máximo que alcanza y a qué frecuencia se produce.



SOLUCIÓN 58:

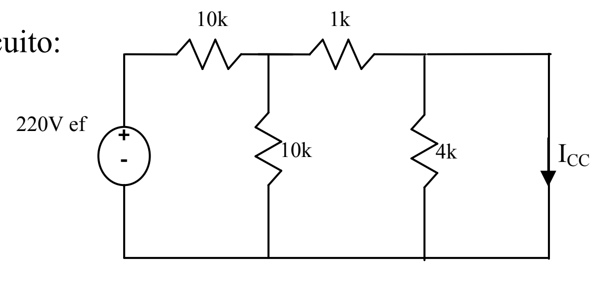
Se busca el equivalente Norton de todo el circuito salvo la bobina y el condensador:



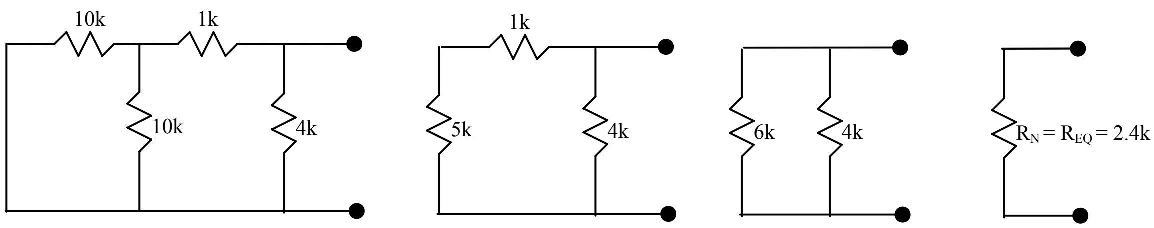
- I_N: se obtiene como la intensidad de cortocircuito:

  Por cualquier método de análisis, se llega a:

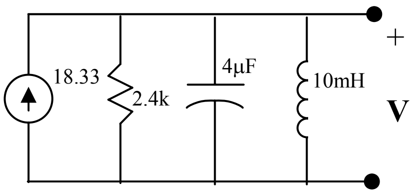
  $$I_N = I_{CC} = 18.33mA$$



- R_N se obtiene como la resistencia equivalente:



Por tanto, trabajaremos sobre el siguiente circuito:



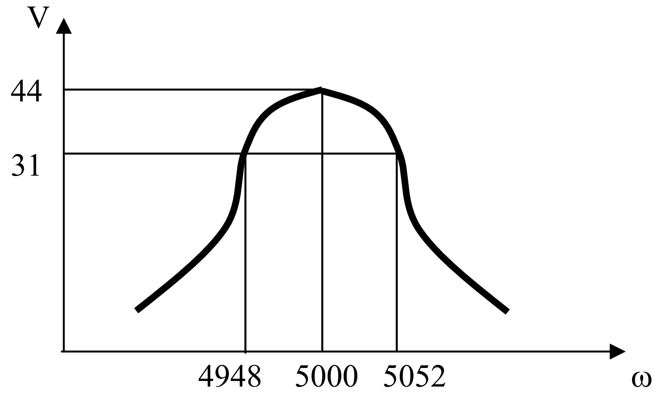
$$\boldsymbol{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \mathbf{5000rad/s} \qquad \mathbf{AB} = \frac{1}{RC} = \mathbf{104.2rad/s}$$

$$\mathbf{Q} = \frac{\omega_0}{AB} = \mathbf{48}$$

Para la gráfica de V nos fijaremos en estos puntos:

- V_{MAX}: para $\omega=\omega_0$
  L y C se anulan: $V_{MAX} = I \cdot R = 44V$

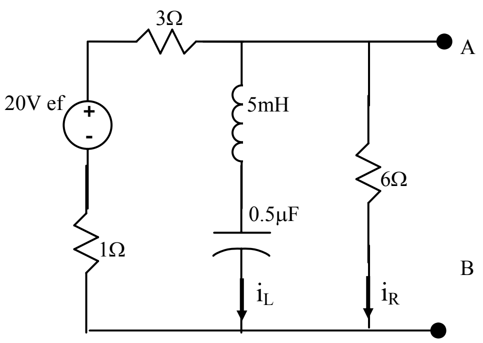
- $V_{MAX}/\sqrt{2}$: para los límites del ancho de banda
  $\omega_1=\omega_0-AB/2=4948rad/s$
  $\omega_2=\omega_0+AB/2=5052rad/s$
  $V = 44/\sqrt{2} = 31V$



Junio 2000

PROBLEMA 59:

En el circuito de la figura, la fuente de tensión es senoidal y de frecuencia variable.

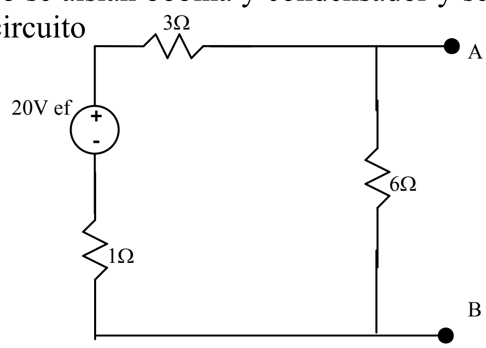


Se pide:

- calcular frecuencia de resonancia, ancho de banda y factor de calidad del circuito
- calcular el valor de las intensidades i_R e i_L a la frecuencia de resonancia
- determinar el valor de la resistencia extra que debería colocarse entre A y B para duplicar el factor de calidad del circuito

SOLUCIÓN 59:

Como primer paso se aíslan bobina y condensador y se obtiene el equivalente Thévenin para el resto del circuito



Dado que no existen fuentes dependientes, puede obtenerse el Thévenin a partir de la resistencia equivalente y de la tensión de circuito abierto:

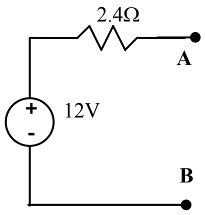
<u>Resistencia equivalente:</u> se obtiene sustituyendo al fuente de tensión por un cortocircuito:

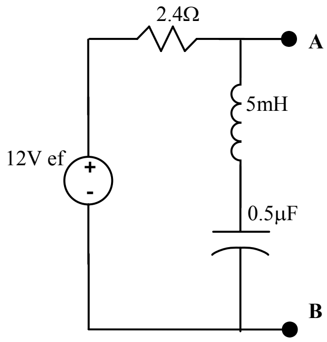
$$R_{EQ} = (3\Omega + 1\Omega)\ //\ 6\Omega = 2.4\Omega$$

Tensión de circuito abierto: se obtiene mediante un divisor de tensión:

$$V_{AB} = 20 \cdot \frac{6}{6+3+1} = 12V$$

El Thévenin y el circuito completo quedan:





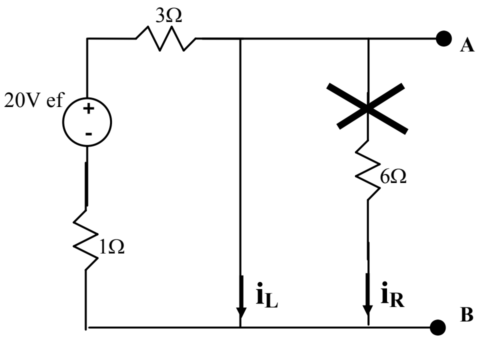
Se obtiene un circuito resonante serie, basta aplicar las fórmulas:

Frecuencia de resonancia: $\boxed{\boldsymbol{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 20000 rad/s}}$

Ancho de banda: $\boxed{\mathbf{AB = \frac{R}{L} = 480 rad/s}}$

Factor de calidad: $\boxed{\mathbf{Q = \frac{\boldsymbol{\omega_0}}{AB} = 41.67}}$

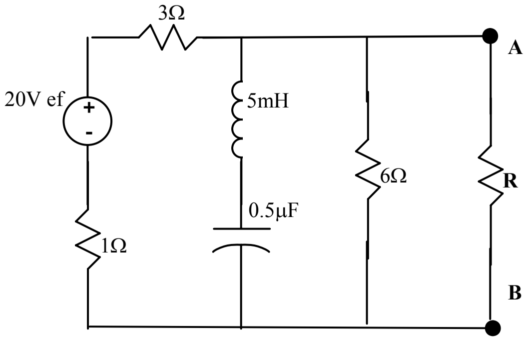
Para el cálculo de las intensidades se tiene en cuenta que la bobina y el condensador, en resonancia, se comportan como un cortocircuito:



Por tanto por la resistencia no circulará intensidad (está en paralelo con un cortocircuito):

$$\boxed{\begin{aligned} \mathbf{i_R} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{i_L} &= \mathbf{\frac{20V}{4\Omega} = 5A} \end{aligned}}$$

Buscamos ahora la resistencia que duplica el ancho de banda del circuito:



Necesitamos volver a calcular la resistencia equivalente:

$$R_{EQ(nueva)} = (3\Omega + 1\Omega) // 6\Omega // R = 2.4\Omega // R$$

De acuerdo con las fórmulas utilizadas anteriormente:

$$Q_{nuevo} = 41.7 \cdot 2 = 83.4 = \frac{\omega_0}{AB_{nuevo}} \quad \rightarrow \quad AB_{nuevo} = 240 rad/s$$

$$AB_{nuevo} = 240 rad/s = \frac{R_{nueva}}{L} \quad \rightarrow \quad R_{nueva} = 1.2\Omega$$

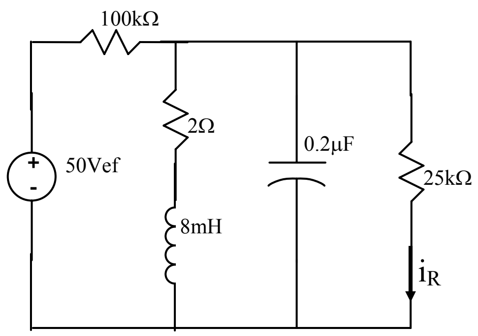
$$R_{nueva} = 1.2\Omega = 2.4 // R \quad \rightarrow \quad R = 2.4\Omega$$

Por tanto se debe colocar una resistencia de **2.4 Ω**

Septiembre 2000

PROBLEMA 60:

En el circuito de la figura, la fuente de tensión es senoidal y de frecuencia variable:



Se pide:

- Frecuencia de resonancia
- Equivalente paralelo para la bobina real
- Ancho de banda y factor de calidad del circuito
- Intensidad i_R que circula por la resistencia de 25kΩ a la frecuencia de resonancia

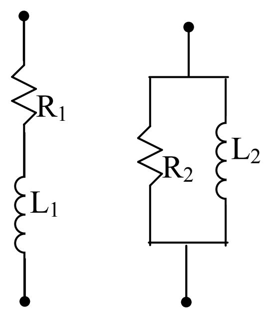
SOLUCIÓN 60:

Frecuencia de resonancia:

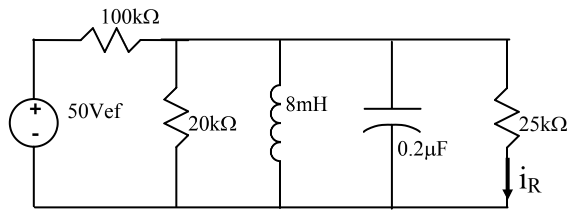
$$\boxed{\boldsymbol{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{8\cdot 10^{-3}\cdot 0.2\cdot 10^{-6}}} = \mathbf{25000rad/s}}$$

Equivalente paralelo para la bobina real: utilizamos el factor de calidad de la bobina Q_L:

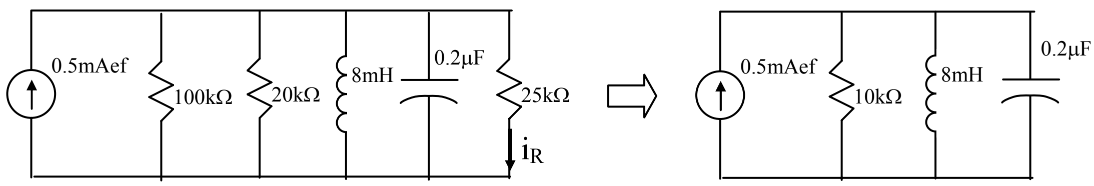
$$Q_L = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{25\cdot 10^3\cdot 8\cdot 10^{-3}}{2} = 100$$
$$\mathbf{L_2} = L_1 = \mathbf{8mH}$$
$$\mathbf{R_2} = Q_L^2\cdot R_1 = \mathbf{20k\Omega}$$



Una vez hecho el equivalente paralelo de la bobina el aspecto del circuito es el siguiente:



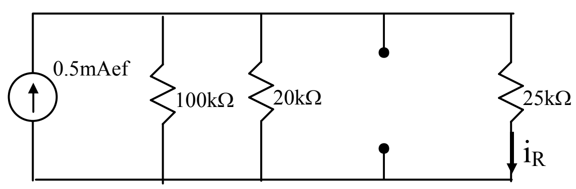
Basta con hacer una transformación de fuentes para obtener un circuito resonante paralelo estándar:



Sobre el circuito resonante estándar podemos aplicar directamente las fórmulas:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathbf{AB} = \dfrac{1}{RC} = \dfrac{1}{10^4 \cdot 0.2 \cdot 10^{-6}} = \mathbf{500rad/s} \\ \mathbf{Q} = \dfrac{\omega_0}{AB} = \dfrac{25000}{500} = \mathbf{50} \end{array}}$$

Para obtener la intensidad por la resistencia de 25kΩ se debe tener en cuenta que, a la frecuencia de resonancia, el conjunto de bobina y condensador en paralelo se comportan como un circuito abierto:



Por tanto, i_R se obtiene mediante un divisor de intensidad:

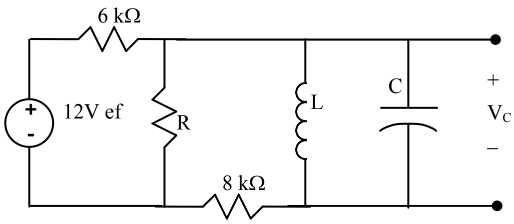
$$\boxed{\mathbf{i_R} = 0.5 \cdot \frac{100//20}{100//20 + 25} = 0.5 \cdot \frac{16.67}{41.67} = \mathbf{0.2mA_{EF}}}$$

Diciembre 2000

PROBLEMA 61:

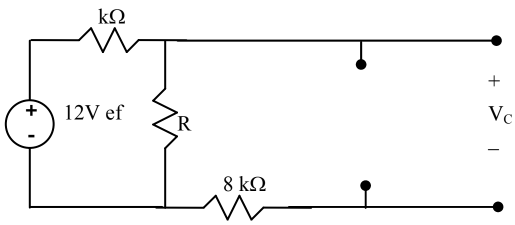
En el circuito de la figura la fuente de tensión es senoidal y de frecuencia variable. Se pide calcular los valores que han de tomar R, L y C para que el circuito cumpla:

- Frecuencia de resonancia: $\omega_0 = 10^4$ rad/s
- Ancho de banda: AB = 10^2 rad/s
- Tensión en el condensador a la frecuencia de resonancia: $V_C = 4V$ ef



SOLUCIÓN 61:

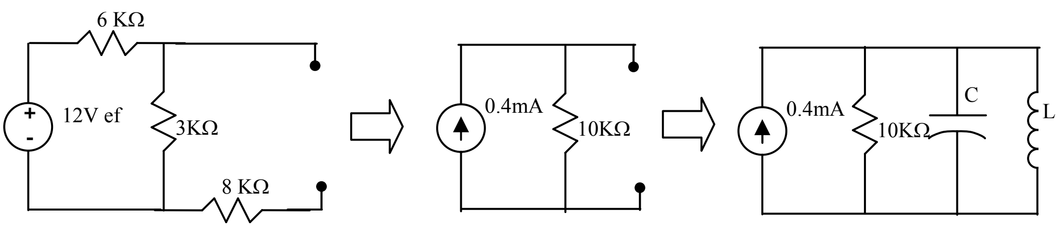
Se trata de un circuito resonante paralelo. A la frecuencia de resonancia, el conjunto LC se comporta como un circuito abierto:



Aplicando un divisor de tensión:

$$V_C = 12 \cdot \frac{R}{6 \cdot 10^3 + R} = 4V_{EF} \quad \rightarrow \quad R = 3 \cdot 10^3 \Omega = 3K\Omega$$

Para determinar los valores de L y C se trabaja sobre el circuito resonante paralelo estándar, que se obtiene calculando el equivalente Norton del circuito desde los terminales de L y C:



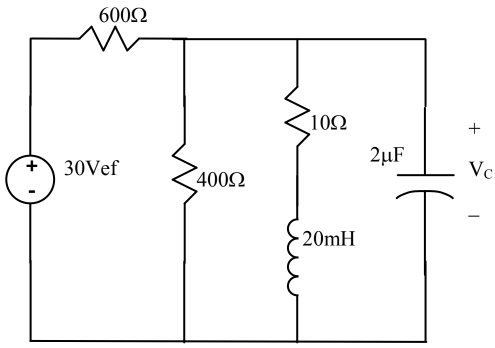
Una vez sobre el circuito estándar, basta aplicar las fórmulas:

$$\boxed{\begin{array}{l} AB = 10^2 = \dfrac{1}{RC} = \dfrac{1}{10 \cdot 10^3 \cdot C} \quad \rightarrow \quad \mathbf{C = 10^{-6} F} \\ \omega_0 = 10^4 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{\sqrt{L \cdot 10^{-6}}} \quad \rightarrow \quad \mathbf{L = 10^{-2} H = 10 mH} \end{array}}$$

Febrero 2001

PROBLEMA 62:

Considérese el circuito resonante de la figura:

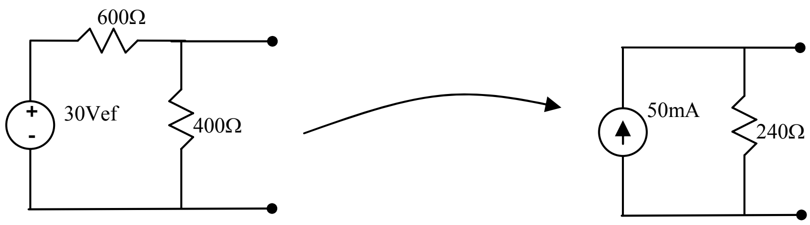


Se pide:

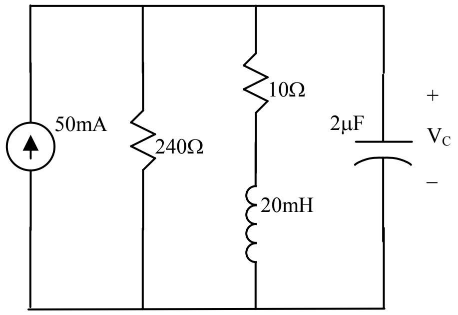
- Frecuencia de resonancia del circuito.
- Ancho de banda.
- Factor de calidad de la bobina y del circuito.
- Tensión v_C en el condensador a la frecuencia de resonancia.

SOLUCIÓN 62:

Se trata de un circuito resonante paralelo real. En primer lugar, se llevará el circuito al formato estándar mediante transformación de fuentes (también podría hacerse un equivalente Norton):



Por tanto, el circuito estándar que se obtiene es el siguiente:



Frecuencia de resonancia:

$$\boxed{\boldsymbol{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{20\cdot 10^{-3}\cdot 2\cdot 10^{-6}}} = \mathbf{5000rad/s}}$$

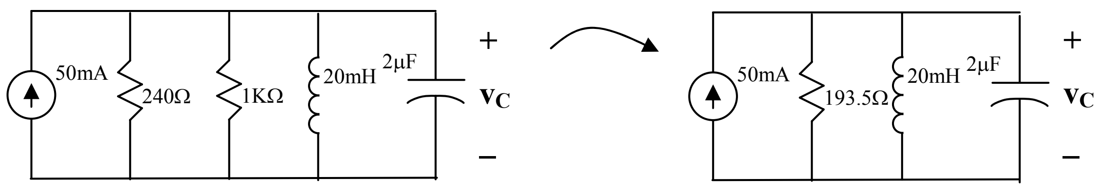
Factor de calidad de la bobina:

$$\boxed{\mathbf{Q_L} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{5000\cdot 20\cdot 10^{-3}}{10} = \mathbf{10}}$$

A continuación se debe hacer el equivalente paralelo de la bobina real:

$$L' = L = 20mH$$

$$R' = Q_L^2 \cdot R = 1k\Omega$$



El circuito resultante se muestra a continuación:

Ancho de banda:

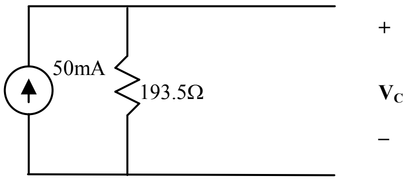
$$\boxed{\boldsymbol{\beta} = \frac{1}{RC} = \frac{1}{193.5\cdot 2\cdot 10^{-6}} = \mathbf{2584rad/s}}$$

Factor de calidad del circuito:

$$\boxed{\mathbf{Q} = \frac{\omega_0}{\beta} = \frac{5000}{2584} = \mathbf{1.94}}$$

Tensión en el condensador a frecuencia de resonancia:

A frecuencia de resonancia, la bobina y el condensador se anulan y en un circuito resonante paralelo, el conjunto equivale a un circuito abierto:

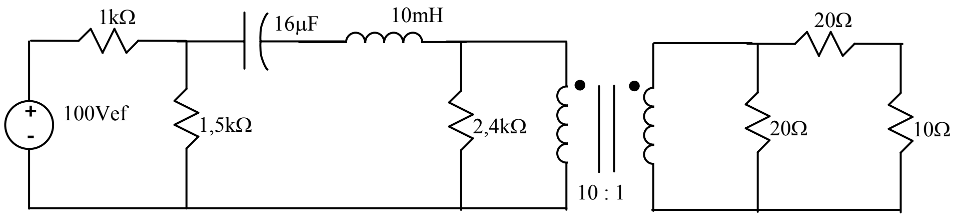


$$\boxed{V_C = i \cdot R = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 193.5 = \mathbf{9.7V}}$$

Junio 2001

PROBLEMA 63:

Considérese el circuito resonante de la figura:

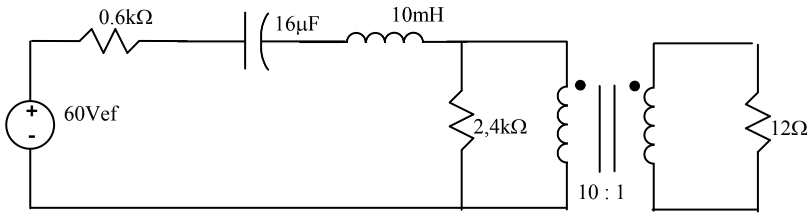


Se pide:

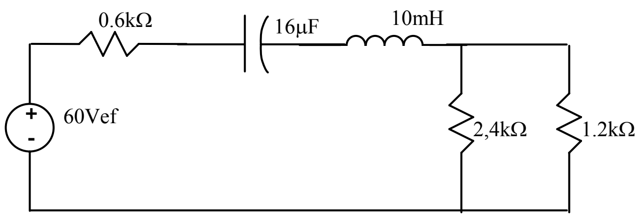
- Frecuencia de resonancia, ancho de banda y factor de calidad del circuito
- Potencia entregada por la fuente de tensión a la frecuencia de resonancia
- Valor que debería tener la relación de transformación para reducir el ancho de banda a la mitad

SOLUCIÓN 63:

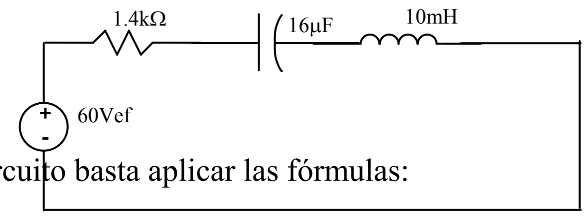
En primer lugar se simplifican en la medida de lo posible tanto la parte derecha como la parte izquierda del circuito, llegándose a:



A continuación se refleja el secundario en el primario multiplicando la impedancia por la relación de transformación al cuadrado:



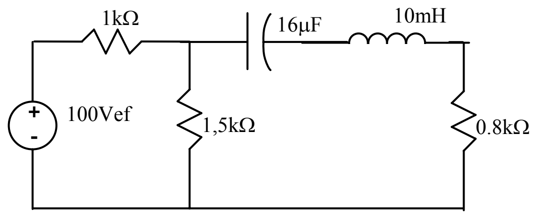
Este circuito es fácilmente simplificable a un RLC serie mediante agrupación de resistencias:



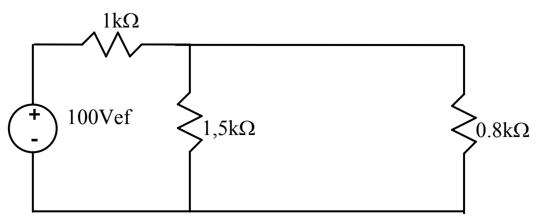
Sobre este circuito basta aplicar las fórmulas:

$$\mathbf{w_0} = 1/\sqrt{(LC)} = \mathbf{2500\ rad/s}$$
$$\boldsymbol{\beta} = R/L = \mathbf{140krad/s}$$
$$\mathbf{Q} = w_0/\beta = \mathbf{0.0178}$$

Para obtener la potencia de la fuente de tensión debemos simplificar el circuito en el mismo modo que antes pero sin hacer desaparecer la fuente de 100V.



Sobre ese circuito sustituimos L y C en resonancia por un cortocircuito. El resultado queda:



Es fácil calcular la intensidad que circula por la fuente, obteniéndose:
I = 65.8 mA ef

La potencia será, por tanto:

$$\boxed{\mathbf{P} = Ief*Vef = \mathbf{6.58W}}$$

Para que el ancho de banda se redujera a la mitad, la resistencia equivalente debería ser también la mitad, esto es $R_{EQ} = 0.7k\Omega$

De acuerdo con las agrupaciones de resistencias hechas anteriormente:
$R_{EQ} = 0.6K\Omega + 2.4K\Omega // R_{REFLEJADA}$

De donde se deduce $R_{REFLEJADA} = 0.104K\Omega$

La impedancia reflejada será la del secundario multiplicada por la relación de transformación al cuadrado:
$104\Omega = 12\Omega * a^2$

Se deduce que la relación de transformación pedida es: $\boxed{\mathbf{a = 2.94}}$

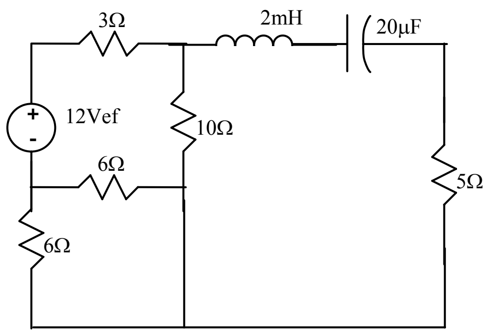
Septiembre 2001

PROBLEMA 64:

En el circuito de la figura, la fuente de tensión es senoidal y de frecuencia variable.

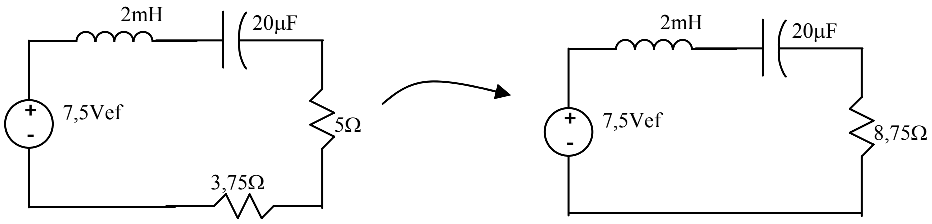
Se pide:

- Frecuencia de resonancia, ancho de banda y factor de calidad del circuito.
- Potencia consumida por la resistencia de 5Ω a la frecuencia de resonancia.
- Valor que debería tener la resistencia de 5Ω para duplicar el factor de calidad.



SOLUCIÓN 64:

Mediante agrupación de resistencias y transformaciones de fuentes se llega al circuito RLC serie que se muestra a continuación (se indica el último paso efectuado):



A partir de este circuito, por aplicación directa de las fórmulas:

$$\boxed{\boldsymbol{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \mathbf{5000rad/s} \quad ; \quad \boldsymbol{\beta} = \frac{R}{L} = \mathbf{4375rad/s} \quad ; \quad \mathbf{Q} = \frac{\omega_0}{\beta} = \mathbf{1{,}14}}$$

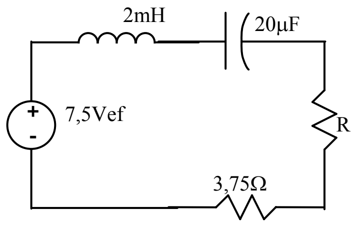
Para duplicar el factor de calidad será necesario reducir el ancho de banda a la mitad (ω_0 no varía):

$$Q' = \frac{\omega_0}{\beta'} \qquad\qquad Q' = 2Q \quad \Rightarrow \quad \beta' = \beta/2$$

Y para ello habrá que reducir la resistencia equivalente a la mitad (L no varía):

$$\beta' = \frac{R'_{eq}}{L} \qquad\qquad \beta' = \beta/2 \quad \Rightarrow \quad R'_{eq} = R_{eq}/2$$

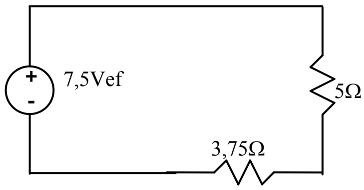
A continuación se muestra el circuito antes de hacer la última agrupación de resistencias y con la resistencia de 5Ω sustituida por la resistencia R buscada:



Es inmediato obtener la resistencia buscada a partir de la resistencia equivalente:

$$\boxed{R'_{eq} = 3{,}75 + R = \frac{8{,}75}{2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{R = 0{,}625\Omega}}$$

Para el cálculo de la potencia consumida por la resistencia de 5Ω a frecuencia de resonancia, sustituimos la bobina y el condensador por un cortocircuito:



La intensidad que circula por la resistencia de 5Ω será:

$$i = \frac{7{,}5}{3{,}75 + 5} = 0{,}857\text{A}$$

Y por tanto, la potencia consumida en la misma:

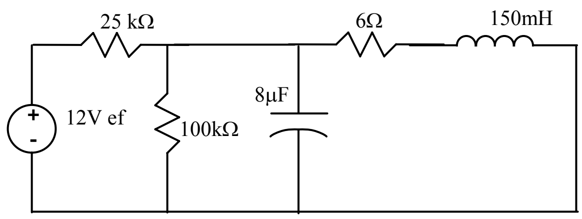
$$\boxed{\mathbf{P} = i^2 \cdot R = \mathbf{3{,}67W}}$$

Diciembre 2001

PROBLEMA 65:

En el circuito resonante de la figura, se pide:

- Frecuencia de resonancia.
- Ancho de banda.
- Factor de calidad de la bobina
- Factor de calidad del circuito.
- Potencias real y reactiva entregadas por la fuente de tensión a la frecuencia de resonancia.



SOLUCIÓN 65:

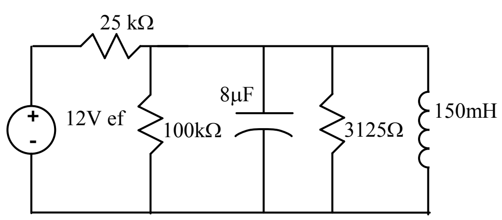
La frecuencia de resonancia y el factor de calidad de la bobina se pueden obtener directamente:

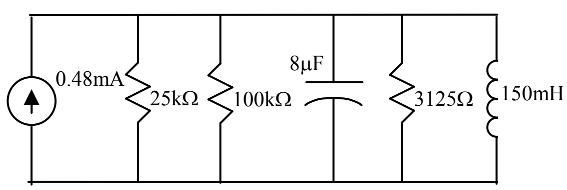
$$\boxed{\begin{aligned}\boldsymbol{\omega_0} &= \frac{1}{\sqrt{LC}} = \mathbf{912.9\,rad/s} \\ \mathbf{Q_L} &= \frac{\omega_0 L}{R} = \mathbf{22.8}\end{aligned}}$$

Para obtener el resto de los datos se debe calcular el equivalente paralelo de la bobina real:

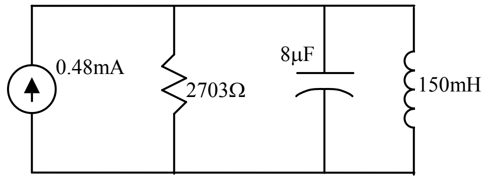
$$R' = Q_L^2 \cdot R = 3125\Omega$$

Sobre el circuito resultante se puede hacer una transformación de fuentes:





Calculando el equivalente paralelo de las tres resistencias se obtiene el circuito estándar:

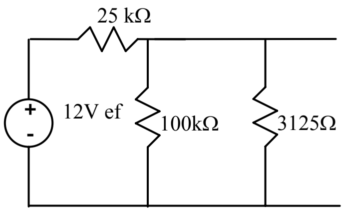


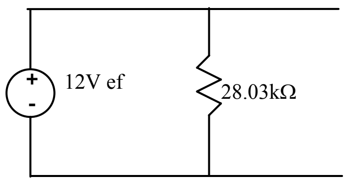
Sobre el circuito estándar se obtienen el resto de datos pedidos:

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{1}{RC} = \mathbf{46.29\,rad/s}$$

$$\mathbf{Q} = \frac{\omega_0}{\beta} = \mathbf{19.7}$$

Para calcular las potencias a frecuencia de resonancia el conjunto LC se sustituye por un circuito abierto y se calcula el equivalente de las resistencias:





Dado que la carga es resistiva, la fuente sólo entregará potencia real:

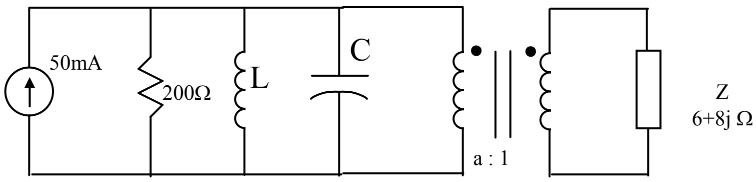
$$\mathbf{P} = V_{ef} \cdot I_{ef} = 12 \cdot \frac{-12}{28.03 \cdot 10^3} = \mathbf{-5.1mW} \quad \textbf{(potencia cedida)}$$

$$\mathbf{Q = 0}$$

Febrero 2002

PROBLEMA 66:

Considérese el circuito de la figura:



Sabiendo que en el primario del transformador hay conectado un circuito resonante con frecuencia de resonancia de 5000 rad/s y factor de calidad 2, se pide:

- los valores de L y C en el circuito resonante
- la tensión V_C en el condensador a la frecuencia de resonancia
- el valor que debería tener la relación de transformación a para que la carga Z en secundario consuma máxima potencia

SOLUCIÓN 66:

- Valores de L y C en el circuito resonante?

$$Q = \frac{\omega_O}{\beta} \rightarrow \beta = \frac{\omega_O}{Q} = \frac{5000}{2} = 2500 \text{rad/s}$$

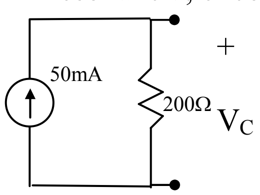
$$\beta = \frac{1}{RC} \rightarrow C = \frac{1}{R\beta} = \frac{1}{200 \cdot 2500} = 2 \cdot 10^{-6} = 2\mu\text{F}$$

$$\omega_O = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow L = \frac{1}{\omega_O{}^2 C} = \frac{1}{5000^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{50} = 0.02\text{H} = 20\text{mH}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathbf{C = 2 \cdot 10^{-6} F} \\ \mathbf{L = 20mH} \end{array}}$$

- la tensión V_C en el condensador a la frecuencia de resonancia?

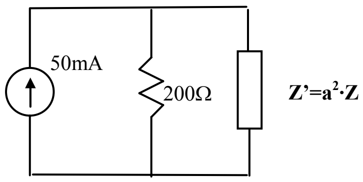
En resonancia, el conjunto de L y C se comportan como un circuito abierto, por lo tanto:



$$\boxed{\mathbf{V_C} = I \cdot R = 50\text{ mA} \cdot 200\ \Omega = \mathbf{10V}}$$

- Valor que debería tener la relación de transformación **a** para que la carga **Z** en secundario consuma máxima potencia?

Reflejamos Z en primario:



Por el teorema de máxima transferencia de potencia, la carga que consumirá máxima potencia será igual a la Z_{TH} vista desde los extremos de la carga. Para el caso del transformador:

$$|Z_{TH}| = |Z'|$$

$$200 = a^2|6+8j| = a^2\sqrt{100}$$

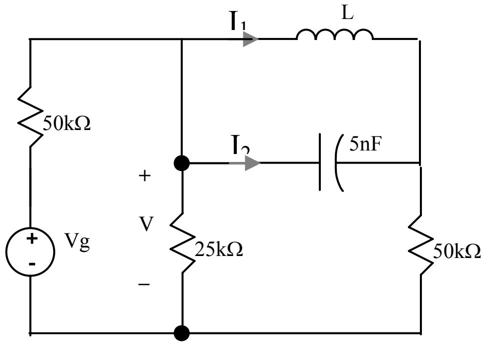
$$\boxed{\mathbf{a = \sqrt{20} = 4.47}}$$

Junio 2004

PROBLEMA 67:

En el circuito de la figura se desconocen los valores de L y Vg, donde Vg representa una fuente de tensión senoidal de frecuencia variable. A una determinada frecuencia se miden los siguientes valores:

- I_1 = 2.5mA eficaces
- I_2 = 2.5mA eficaces
- V = 5V eficaces



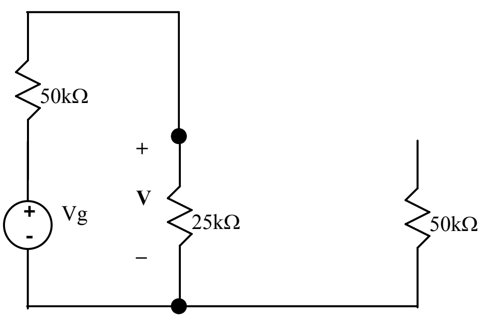
En esas condiciones se pide:

- Calcular el valor eficaz de Vg y el valor de la inductancia L.
- ¿Cómo variará I_1 al aumentar la frecuencia? ¿Cómo lo hará I_2?. Razonar la respuesta.

SOLUCIÓN 67:

Se presenta un circuito resonante paralelo (L y C en paralelo). Cuando las intensidades que circulan por ambos elementos son iguales nos encontramos en situación de resonancia.

En estas condiciones, pueden sustituirse L y C por un circuito abierto, con lo que tenemos:



Sobre este circuito se obtiene Vg de forma sencilla, por ejemplo aplicando la fórmula del divisor de tensión:

V = Vg*25k/(25k+50k) = Vg/3

$\boxed{\textbf{Vg = 3*V = 15V (eficaces)}}$

Falta determinar el valor de L: si nos fijamos en el circuito en el que se han eliminado L y C, vemos que por la resistencia de 50k no circula corriente y por tanto no cae tensión en ella.

De este modo, la tensión en la bobina y el condensador será igual a la V indicada en el circuito = 5V.

En el condensador: $V = I/(\omega_0 \cdot C)$; $\omega_0 = I/(V \cdot C) = 2.5mA/5V*5*10^{-9} rad/s = 1*10^5$ rad/s

Y en la bobina: $V = I \cdot \omega_0 \cdot L$; $\boxed{L = V/(I \cdot \omega_0) = 5V/2.5mA*1*10^5 = \mathbf{20mH}}$

En resonancia, las corrientes en la bobina y el condensador son máximas (y desfasadas 180º). Cualquier variación de la frecuencia (aumento o disminución) hace que las intensidades se reduzcan

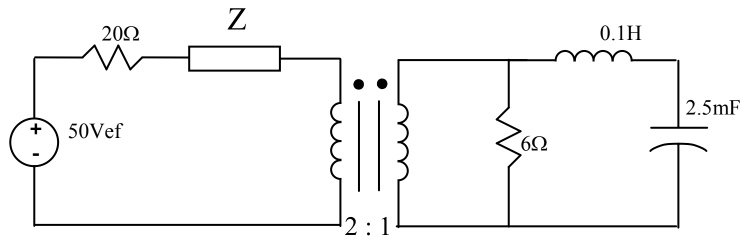
TEMA 5:

ACOPLAMIENTO MAGNÉTICO

Febrero 2001

PROBLEMA 68:

En el circuito de la figura, la frecuencia de la fuente de tensión es de 100 rad/s.

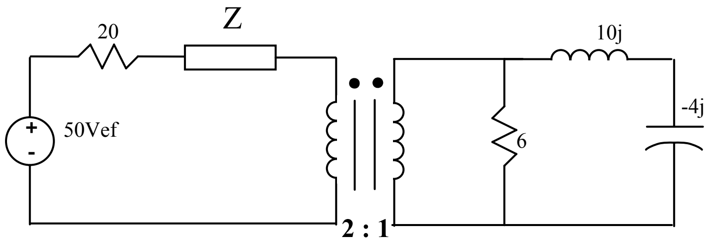


Se pide:

- Encontrar la impedancia Z que absorbe máxima potencia.
- Calcular el valor de esa potencia.

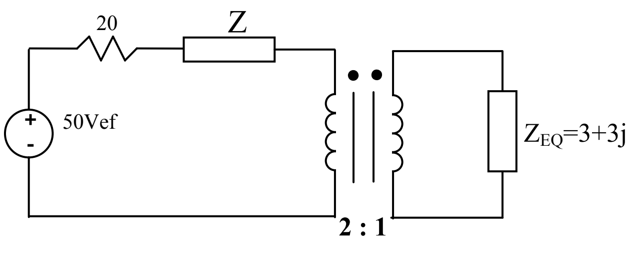
SOLUCIÓN 68:

En primer lugar se calculan las impedancias de los distintos elementos:



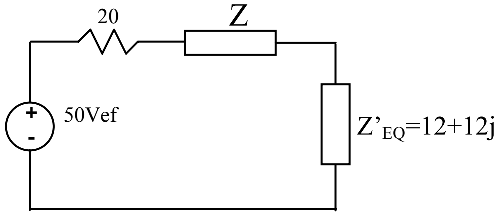
A continuación se calcula la impedancia equivalente para los elementos del secundario:

$$Z_{EQ} = (10j - 4j) // 6 = 3 + 3j$$

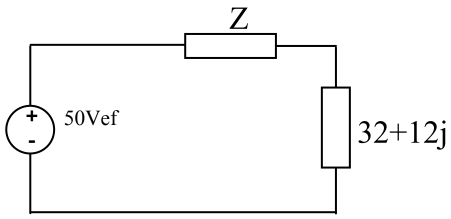


A continuación se representa el circuito reducido al primario, reflejando la impedancia Z_{EQ}:

$$Z'_{EQ} = a^2 \cdot Z_{EQ} = 2^2 \cdot Z_{EQ} = 12 + 12j$$



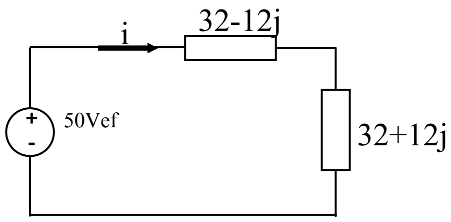
Y ya sólo resta hacer el equivalente serie de la resistencia de 20Ω y de Z'_{EQ}:



El circuito que queda entre los terminales de Z es ya un equivalente Thevenin, por lo que no hay que dar más pasos. La impedancia Z que consume máxima potencia es el conjugado de la impedancia Thevenin:

$$\boxed{\mathbf{Z_{MAX} = 32 - 12j}}$$

La potencia absorbida por la impedancia se calcula fácilmente:



$$i = \frac{v}{Z} = \frac{50}{32 - 12j + 32 + 12j} = \frac{50}{64} = 0.78\text{A}$$

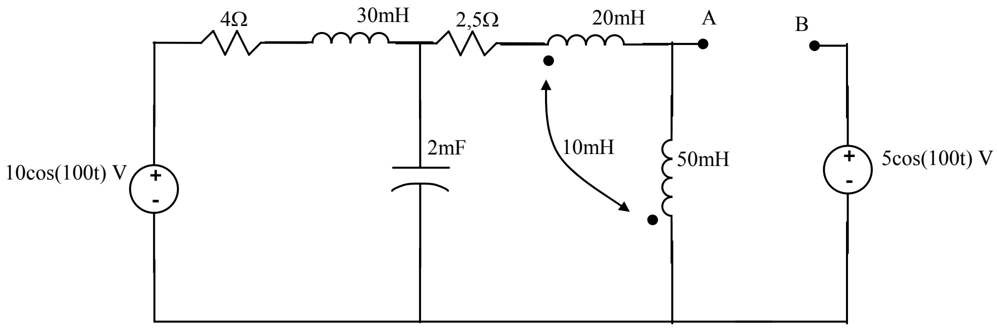
$$\mathbf{P} = i^2 \cdot R = 0.78^2 \cdot 32 = \mathbf{19.5W}$$

Junio 2001

PROBLEMA 69:

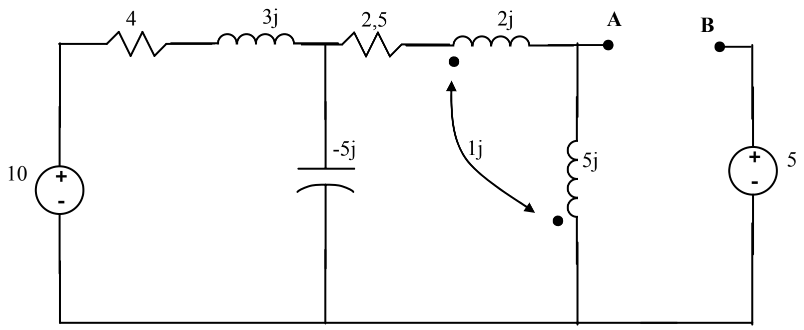
Sobre el circuito de la figura, se pide:

- Equivalente Thevenin entre los puntos A y B
- Potencia que consumiría una resistencia de 5Ω conectada entre A y B
- Impedancia que, colocada entre A y B, consumiría la máxima potencia posible y valor de esa potencia.

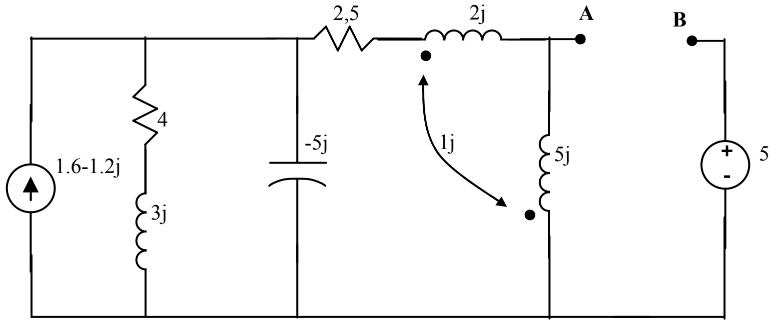


SOLUCIÓN 69:

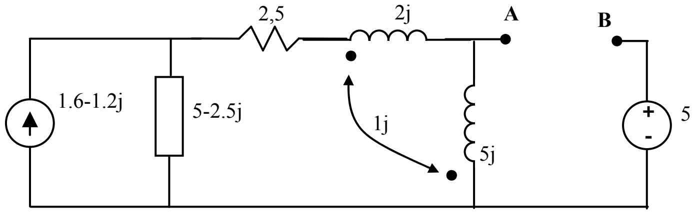
El circuito en términos de impedancias queda:



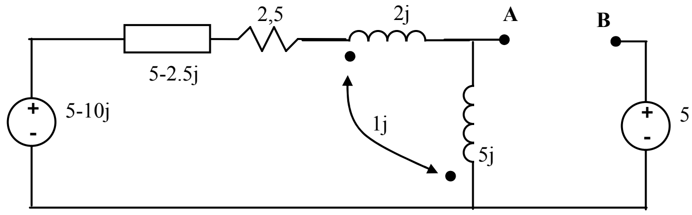
Y la parte izquierda se puede simplificar mediante una transformación de fuentes:



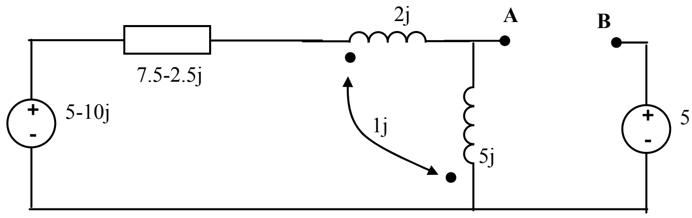
A continuación se hace el equivalente paralelo de las impedancias:



Se hace una nueva transformación de fuentes:

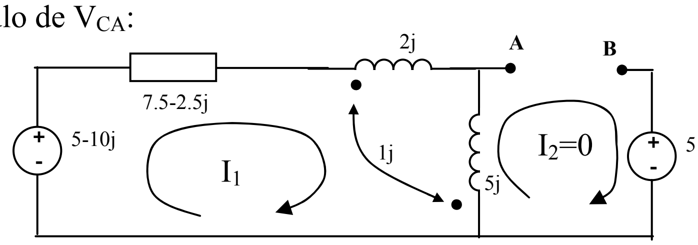


Y por último el equivalente serie de las dos impedancias:



Ahora se puede hacer el eq. Thevenin, obteniendo V_{CA} e I_{CC} y trabajando por mallas dado que existe acoplamiento magnético:

1. Cálculo de V_{CA}:



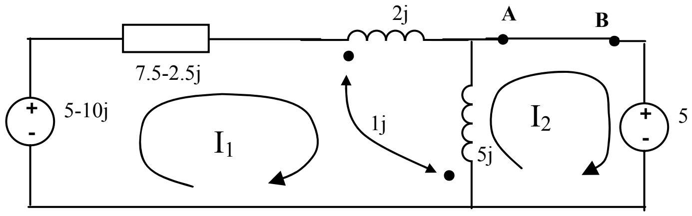
Las ecuaciones que quedan son:

$$\left.\begin{array}{l} 5-10j+I_1(7.5-2.5j)+I_1(2j)+(I_1-I_2)(-j)+(I_1-I_2)(5j)+I_1(-j) = 0 \\ I_2 = 0 \end{array}\right\}$$

Se obtiene $I_1 = -0.2+1.4j$ A

$\boxed{\mathbf{V_{CA}}} = VAB = VA - VB = I_1(5j)+I_1(-j) - 5 = \boxed{\mathbf{-10.6 - 0.8j\ V}}$

2. Cálculo de I_{CC}:



En este caso, las ecuaciones que quedan son:

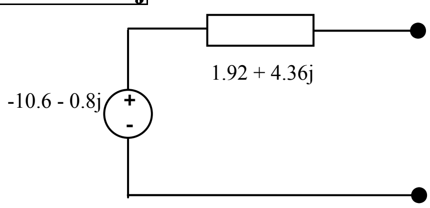
$$\left.\begin{array}{l} 5-10j+I_1(7.5-2.5j)+I_1(2j)+(I_1-I_2)(-j)+(I_1-I_2)(5j)+I_1(-j) = 0 \\ 5+(I_2-I_1)(5j)+I_1(j) = 0 \end{array}\right\}$$

Y se obtiene:
$I_1 = -1.31 + 1.21j$
$I_2 = -1.05 + 1.97j$

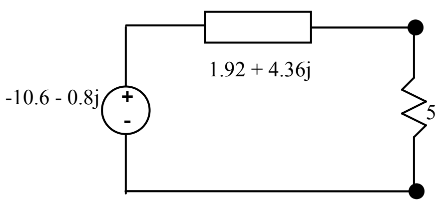
$\boxed{\mathbf{I_{CC} = I_2 = -1.05 + 1.97j}}$

Con estos datos se puede construir el equivalente Thevenin:

$\boxed{\mathbf{Z_{EQ} = V_{CA}/I_{CC} = 1.92 + 4.36j}}$



Si conectamos una resistencia de 5Ω:

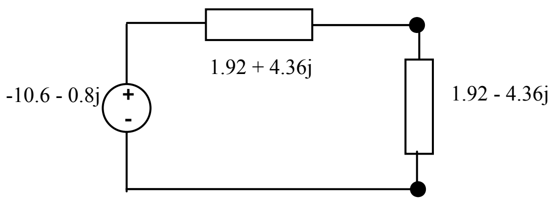


La intensidad que circulará por ella será:
$I = (-10.6-0.8j)/(6.92+4.36j) = -1.15 + 0.6j$

Y la potencia que consuma:

$\boxed{\mathbf{P} = |I|^2R = \mathbf{8.45W}}$

La impedancia de máxima potencia será el conjugado de la impedancia Thevenin:



La intensidad que circule por ella será:
I = (-10.6-0.8j)/(3.84) = -2.76 – 0.221j

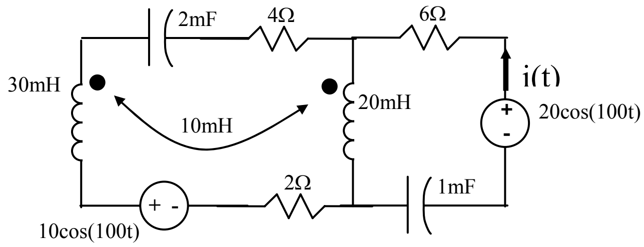
Y la potencia consumida será:

$$\boxed{\mathbf{P} = |I|^2R = \mathbf{14.71W}}$$

PROBLEMA 70:

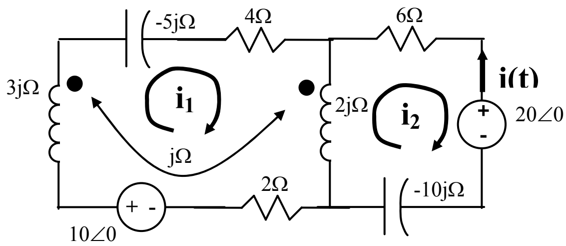
Dado el circuito de la figura, se pide:

- Calcular i(t) expresado como una función del tiempo.
- Calcular las potencias real, reactiva y aparente en la fuente de tensión de 20V.
- Decir si esa fuente cede o absorbe potencia real y si cede o absorbe potencia reactiva.



SOLUCIÓN 70:

En primer lugar, se expresan las capacidades e inductancias como impedancias (teniendo en cuenta que la frecuencia angular son 100 rad/s) y las tensiones como fasores:



A continuación se plantean las ecuaciones de análisis por mallas:

$$2\cdot i_1 - 10 + 3j\cdot i_1 - j\cdot(i_1 - i_2) - 5j\cdot i_1 + 4\cdot i_1 + 2j\cdot(i_1 - i_2) - j\cdot i_1 = 0$$
$$-10j\cdot i_2 + 2j\cdot(i_2 - i_1) + j\cdot i_1 + 6\cdot i_2 + 20 = 0$$

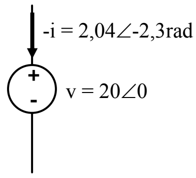
Resolviendo:

$$i_1 = 1{,}79 + 0{,}37j \qquad i_2 = -1{,}37 - 1{,}52j$$

El dato pedido será:

$$\boxed{\mathbf{i = -i_2 = 1{,}37 + 1{,}52j = 2{,}04\angle 0.84rad \qquad i(t) = 2{,}04\cdot \cos(100t + 0{,}84)\,V}}$$

Para el cálculo de la potencia los sentidos de tensión e intensidad deben ser concordantes, por lo tanto se usará –i(t) en lugar de i(t):



$$P = \frac{20 \cdot 2{,}04}{2} \cdot \cos(2{,}3) = -13{,}59W \quad \text{(cede potencia real)}$$

$$Q = \frac{20 \cdot 2{,}04}{2} \cdot \text{sen}(2{,}3) = 15{,}21VAR \quad \text{(absorbe potencia reactiva)}$$

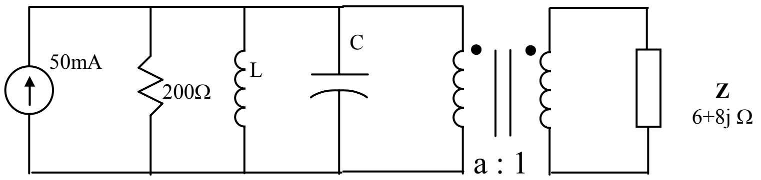
$$S = \frac{20 \cdot 2{,}04}{2} = 20{,}4VA$$

NOTA: para el cálculo de la potencia se considera el ángulo que la tensión está desfasada respecto de la intensidad, y no al revés. Por tanto, el desfase es de +2,3 rad.

Febrero 2002

PROBLEMA 71:

Considérese el circuito de la figura,:



Sabiendo que en el primario del transformador hay conectado un circuito resonante con frecuencia de resonancia de 5000 rad/s y factor de calidad 2, se pide:

- los valores de L y C en el circuito resonante
- la tensión V_C en el condensador a la frecuencia de resonancia
- el valor que debería tener la relación de transformación **a** para que la carga Z en secundario consuma máxima potencia

SOLUCIÓN 71:

- Valores de L y C en el circuito resonante?

$$Q = \frac{\omega_O}{\beta} \rightarrow \beta = \frac{\omega_O}{Q} = \frac{5000}{2} = 2500\text{rad/s}$$

$$\beta = \frac{1}{RC} \rightarrow C = \frac{1}{R\beta} = \frac{1}{200 \cdot 2500} = 2{\cdot}10^{-6} = 2\mu\text{F}$$

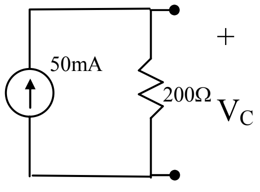
$$\omega_O = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow L = \frac{1}{\omega_O{}^2 C} = \frac{1}{5000^2 \cdot 2{\cdot}10^{-6}} = \frac{1}{50} = 0.02\text{H} = 20\text{mH}$$

$$\mathbf{C = 2\mu F}$$

$$\mathbf{L = 20mH}$$

- la tensión V_C en el condensador a la frecuencia de resonancia?

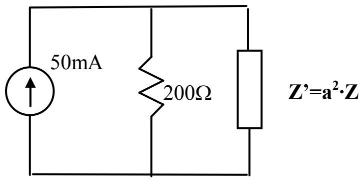
En resonancia, el conjunto de L y C se comportan como un circuito abierto, por lo tanto:



$$V_C = I \cdot R = 50\text{ mA} \cdot 200\ \Omega = \mathbf{10V}$$

- Valor que debería tener la relación de transformación **a** para que la carga Z en secundario consuma máxima potencia?

Reflejamos Z en primario:



Por el teorema de máxima transferencia de potencia, la carga que consumirá máxima potencia será igual a la Z_{TH} vista desde los extremos de la carga. Para el caso del transformador:

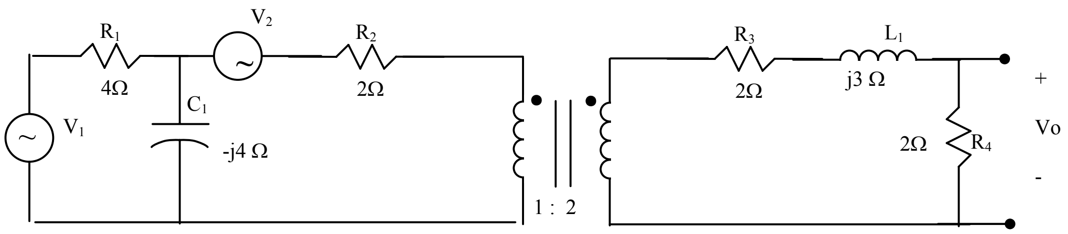
$$|Z_{TH}| = |Z'|$$
$$200 = a^2 |6+8j| = a^2 \sqrt{100} \rightarrow \mathbf{a} = \sqrt{\mathbf{20}} = \mathbf{4.47}$$

Junio 2002

PROBLEMA 72:

En el circuito siguiente, los valores de tensión en las fuentes son $V_1 = 24V\angle 0°$ y $V_2 = 4V\angle -90°$,

- determinad el voltaje de salida Vo,



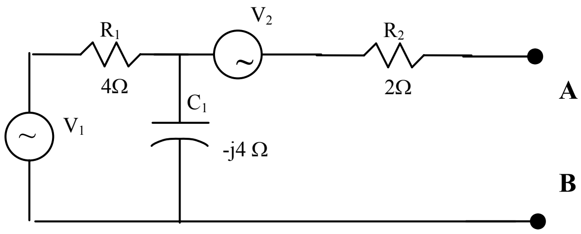
SOLUCIÓN 72:

Convertimos a su valor fasorial las fuentes de tensión:

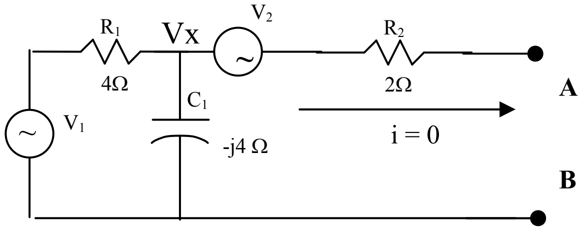
$$\hat{V}1 = 24$$

$$\hat{V}2 = -j4$$

Para simplificar los cálculos para la obtención de Vo, vamos a hallar el equivalente Thevenin del circuito conectado al primario del transformador:



V_{th} :

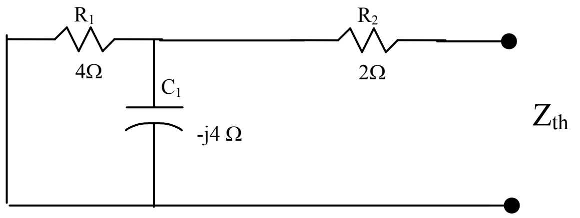


$$\hat{V}_{th} = (\hat{V}_{AB})_{abierto} = \hat{V}_x - \hat{V}_2$$

$$\hat{V}_x = Z_{C1}\frac{\hat{V}_1}{R_1 + Z_{C1}} = 24\frac{-j4}{4-j4} = 12-12j$$
$$\hat{V}_{th} = \hat{V}_x - \hat{V}_2 = 12-12j-(-j4) = 12-8j$$

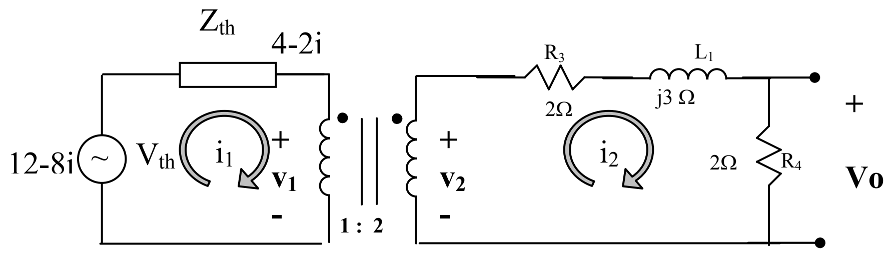
Z_{th} :

Anulamos fuentes independientes:



$$Z_{th} = R_1 // Z_{C1} + R_2 = 4//-j4+2 = ... = 4-2j$$

Utilizando el equivalente Thevenin, el circuito inicial queda reducido al siguiente:



En un transformador ideal la relación entre corrientes y tensiones en primario y secundario es la siguiente:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}$$
$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

En nuestro caso $\frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{2}$ $\quad v_1 = \frac{1}{2}v_2 \quad i_1 = 2i_2$

Del circuito anterior:

$$\hat{V}_o = 2\hat{i}_2 = 2\frac{1}{2}\hat{i}_1 = \hat{i}_1$$

Vamos a hallar el valor de $\hat{V}_o = \hat{i}_1$ reflejando el circuito de secundario en primario:

$$\mathbf{\hat{V}_o} = \hat{i}_1 = \frac{Vth}{Zth + a^2 Zc} = \frac{12-8j}{4-2j+\frac{1}{4}(4+3j)} = \ldots = \frac{4(12-8j)}{20-5j} = \mathbf{2.63 - 0.94j}$$

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{2}$$

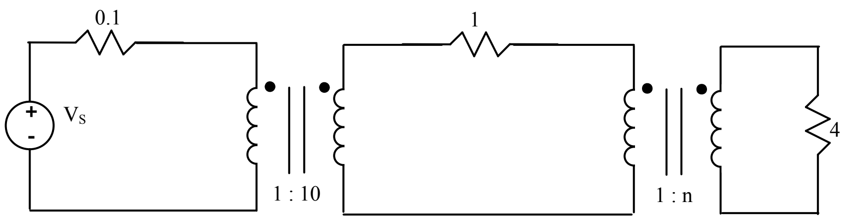
$$Zc = 4 + 3j$$

Septiembre 2002

PROBLEMA 73:

La figura muestra un circuito de suministro de potencia. Un generador hidroeléctrico produce el voltaje equivalente de Thevenin V_S a través de una impedancia equivalente de Thevenin de valor 0.1Ω. Su salida se incrementa utilizando un transformador de aumento de proporción 10:1 para una más eficiente transmisión por cable. Las líneas de transmisión tienen una impedancia equivalente de 1Ω. La potencia debe suministrarse a una carga de 4 Ω a través de un segundo transformador ideal.

- Determinad la proporción de espiras n en el segundo transformador ideal para maximizar la potencia suministrada por la fuente.



SOLUCIÓN 73:

Para maximizar la potencia suministrada por la fuente, la impedancia Z_2 debe consumir la máxima potencia posible, para ello, según el teorema de máxima tranferencia de potencia, Z_2 debe ser igual a la impedancia de Thevenin vista desde sus terminales, que es la resistencia 0.1Ω.

Por tanto, calcularemos el valor de Z_2 y lo igualaremos a 0.1Ω.

Relación de transformación en el transformador 1:

$$a_1 = \frac{N_2}{N_1} = \frac{10}{1} = 10$$

Relación de transformación en el transformador 2:

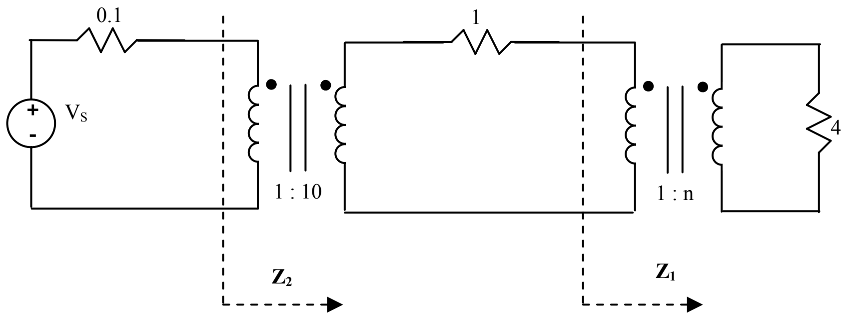
$$a_2 = \frac{N_2}{N_1} = \frac{n}{1} = n$$

Reflejamos la carga situada en el secundario del transformador 2 en primario:

$$Z' = \frac{1}{a_2^{\,2}} \cdot Z = \frac{1}{(n)^2} \cdot 4 = \frac{4}{n^2} = Z_1$$

Reflejamos la carga situada en el secundario del transformador 1 en primario:

$$Z'' = \frac{1}{a_1^{\,2}} \cdot (Z'+1) = \frac{1}{(10)^2} \cdot (\frac{4}{n^2} + 1) = Z_2$$



Hacemos $Z_2 = 0.1\Omega$ y resolvemos:

$$Z_2 = \frac{1}{(10)^2} \cdot (\frac{4}{n^2} + 1) = 0.1$$

$$\frac{4}{n^2} + 1 = 10$$

$$\frac{4}{n^2} = 9$$

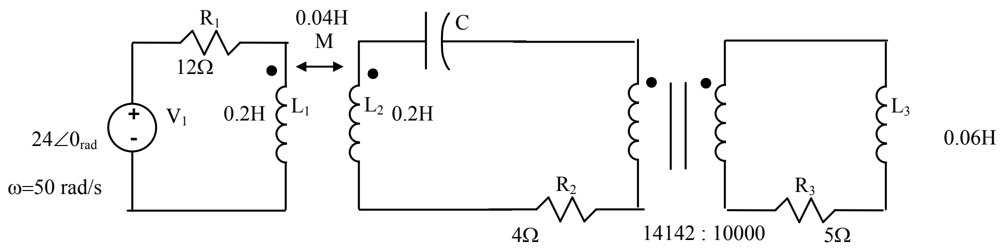
$$n^2 = \frac{4}{9}$$

$$\boxed{\mathbf{n = \frac{2}{3}}}$$

PROBLEMA 74:

En el circuito siguiente,

- Calculad el valor de la capacidad C para que la corriente que circula por la fuente V_1 no se desfase respecto de la tensión.



SOLUCIÓN 74:

Para que la corriente que circula por la fuente V_1 no se desfase respecto de la tensión, la impedancia vista por la fuente ha de ser resistiva.

Vamos a calcular el valor de las impedancias de los elementos en el circuito:

$$Z_{R1} = 12$$

$$Z_{R2} = 4$$

$$Z_{R3} = 5$$

$$Z_{L1} = L_1 j\omega = 0.2 \cdot 50 \cdot j = 10j$$

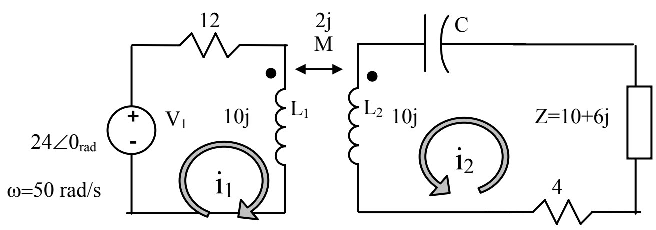
$$Z_{L2} = L_2 j\omega = 0.2 \cdot 50 \cdot j = 10j$$

$$Z_{L3} = L_3 j\omega = 0.06 \cdot 50 \cdot j = 3j$$

$$Z_C = \frac{1}{Cj\omega} = \frac{1}{50Cj}$$

$$Mj\omega = 0.04 \cdot 50 \cdot j = 2j$$

A continuación, simplificaremos el circuito anterior reflejando en primario el subcircuito a la derecha del transformador:



$$a = \frac{N1}{N2} = \frac{14142}{10000} = 1.4142 = \sqrt{2}$$
$$a^2 = 2$$
$$(Z_{L3} + Z_{R3})' = a^2 (Z_{L3} + Z_{R3}) = 2(3j + 5) = 10 + 6j$$

Y ahora resolveremos el circuito mediante mallas, y aplicaremos la condición que la impedancia vista por la fuente ha de ser resistiva.

Ecuaciones de malla:

$$\left.\begin{array}{l} 24 = \hat{i}_1 \cdot 12 + \hat{i}_1 \cdot 10j + \hat{i}_2 \cdot 2j \\ 0 = \left(4 + 10 + 6j + 10j + \dfrac{1}{50Cj}\right)\hat{i}_2 + \hat{i}_1 \cdot 2j \end{array}\right\} \rightarrow \hat{i}_2 = \frac{-2j}{14 + j\left(16 - \dfrac{1}{50C}\right)}\hat{i}_1$$

sustituyendo en la primera ecuación:

$$24 = (12 + 10j)\hat{i}_1 + 2j\frac{-2j}{14 + j\left(16 - \dfrac{1}{50C}\right)}\hat{i}_1;$$

$$24 = \left(12 + 10j + \frac{4}{14 + j\left(16 - \dfrac{1}{50C}\right)}\right)\hat{i}_1 = \left((12 + 10j) + \frac{4}{14 + j\left(16 - \dfrac{1}{50C}\right)} \frac{14 - j\left(16 - \dfrac{1}{50C}\right)}{14 - j\left(16 - \dfrac{1}{50C}\right)}\right)\hat{i}_1 =$$

$$\left((12 + 10j) + \frac{4\left(14 - j\left(16 - \dfrac{1}{50C}\right)\right)}{14^2 - \left(16 - \dfrac{1}{50C}\right)^2}\right)\hat{i}_1$$

La condición de impedancia resistiva implica que la parte imaginaria de la ecuación anterior ha de ser 0, puesto que la fuente de tensión tiene fase 0, la corriente de malla i_1 también ha de tener fase 0.

$$\mathrm{Im}\{\ \} = 10 - 4\left(16 - \frac{1}{50C}\right) = 0 \rightarrow 10 = \left(64 - \frac{4}{50C}\right) \rightarrow 54 = \frac{4}{50C}$$

$$C = \frac{4}{54 \cdot 50} = \frac{4}{2700} = \frac{1}{675} = 1.48\mathrm{mF}$$

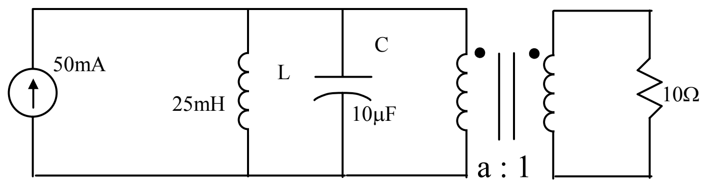
$$\boxed{\mathbf{C = 1.48mF}}$$

Febrero 2003

PROBLEMA 75:

En el siguiente circuito resonante:

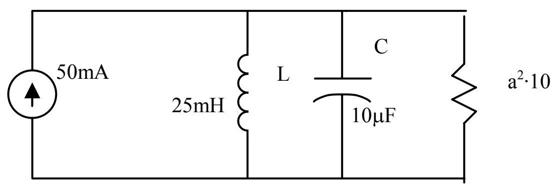
- hallad el valor de la relación de transformación a, para obtener un factor de calidad Q de 50.
- calculad el valor de la corriente y la tension en el condensador y en la bobina a la frecuencia de resonancia.



SOLUCIÓN 75:

- Cálculo de la relación de transformación a:

Si se refleja la resistencia de secundario en primario, el circuito anterior queda reducido al siguiente:



$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25\cdot 10^{-3}\cdot 10\cdot 10^{-6}}} = .. = 2000\text{rad/s}$$

$$\beta = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{\omega_o}{\beta} \rightarrow Q = \frac{2000}{1/RC} = 2000\cdot RC = 2000\cdot a^2\cdot 10\cdot 10\cdot 10^{-6}$$

Si el factor de calidad Q ha de valer 50:

$$Q = 2000\cdot a^2\cdot 10\cdot 10\cdot 10^{-6} = 50$$

$$\vdots$$

$$a = \sqrt{250} = 15.81$$

$$\boxed{\mathbf{a \cong 16}}$$

- Cálculo del valor de la corriente y la tension en el condensador y en la bobina a la frecuencia de resonancia:

Si el circuito anterior es resonante, la bobina y el condensador son equivalentes a un circuito abierto, y reflejando la resistencia de secundario en primario (con $a^2 = 250$), el circuito anterior queda reducido a una sola malla:

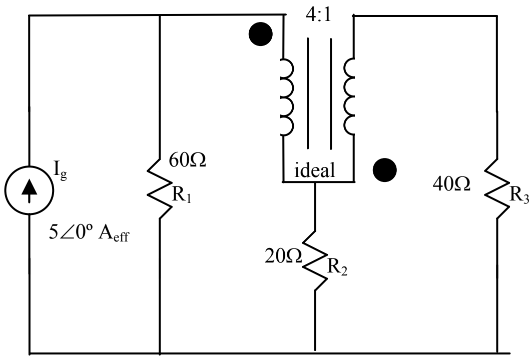
$$\boxed{\begin{array}{l} \left|\mathbf{I_L}\right| = Q \cdot I = 50mA \cdot 50 = \mathbf{2500mA} \\ \left|\mathbf{I_C}\right| = Q \cdot I = 50mA \cdot 50 = \mathbf{2500mA} \\ \mathbf{V_C} = \mathbf{V_L} = I \cdot R = I \cdot a^2 \cdot 10 = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 250 \cdot 10 = \mathbf{125V} \end{array}}$$

Diciembre 2003

PROBLEMA 76:

En el circuito siguiente,

- Encontrad el equivalente Thevenin visto desde los terminales de la fuente de corriente sinusoidal.
- Encontrad la potencia media suministrada por la fuente de corriente sinusoidal.
- Encontrad la potencia media suministrada a la resistencia de 20Ω



SOLUCIÓN 76:

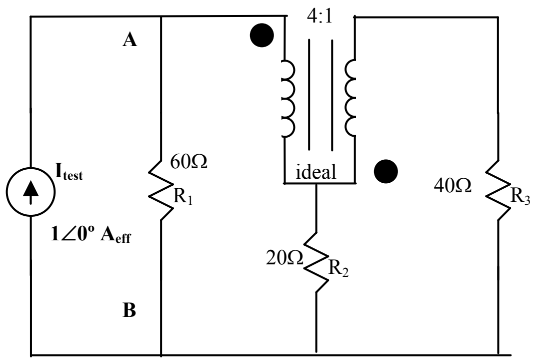
- Encontrad el equivalente Thevenin visto desde los terminales de la fuente de corriente sinusoidal

Se cumple que $V_{TH} = 0$ y $I_N = 0$, puesto que en el circuito visto desde los terminales de la fuente de corriente sinusoidal no hay fuentes.
Para averiguar el valor de la R_{TH} se debe utilizar el método test, puesto que $V_{TH} = 0$ y $I_N = 0$:

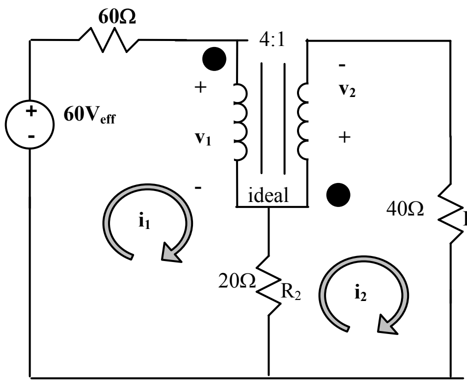
$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{0}{0} = \text{indeterminación}$$

Por tanto, se coloca una fuente de corriente test de valor 1_{Aeff} entre los terminales A-B, para averiguar así el valor de la R_{TH}:

$$R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{tes}}$$



Se realiza una transformación de fuentes para simplificar el análisis:



y se resuelve el circuito mediante el análisis de mallas haciendo uso de las relaciones de tensión y corriente en el transformador ideal:

$$\left.\begin{array}{l} 60 = 60 \cdot i_1 + v_1 + 20 \cdot (i_1 - i_2) \\ 0 = 40 \cdot i_2 + 20 \cdot (i_2 - i_1) + v_2 \\ \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{N_1}{N_2} = 4 \\ \dfrac{i_1}{i_2} = -\dfrac{N_2}{N_1} = -\dfrac{1}{4} \end{array}\right\} \longrightarrow \begin{array}{l} i_1 = 0.05\text{A} \\ i_2 = -0.2\text{A} \\ v_1 = 52\text{V} \\ v_2 = 13\text{V} \end{array}$$

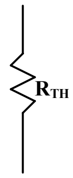
La tensión en la fuente test:

$$V_{test} = v_1 + 20 \cdot (i_1 - i_2) = 52 + 20 \cdot (0.05 + 0.2) = 57\text{V}$$

y el valor de la R_{TH}:

$$R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{tes}} = \frac{57}{1} = 57\Omega$$

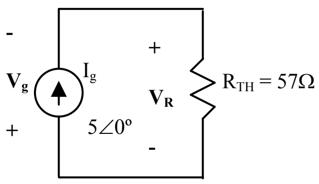
Por tanto el equivalente Thevenin visto desde los terminales de la fuente de corriente sinusoidal es simplemente una resistencia se 57 Ω.



$$\boxed{R_{TH} = 57\Omega}$$

- Encontrad la potencia media suministrada por la fuente de corriente sinusoidal.

  Es posible realizar el cálculo de la potencia generada por la fuente utilizando el equivalente Thevenin calculado en el apartado anterior:



$V_R = I\cdot R_{TH} = 5 \cdot 57 = 285$ V

$V_g = -V_R = -285$V

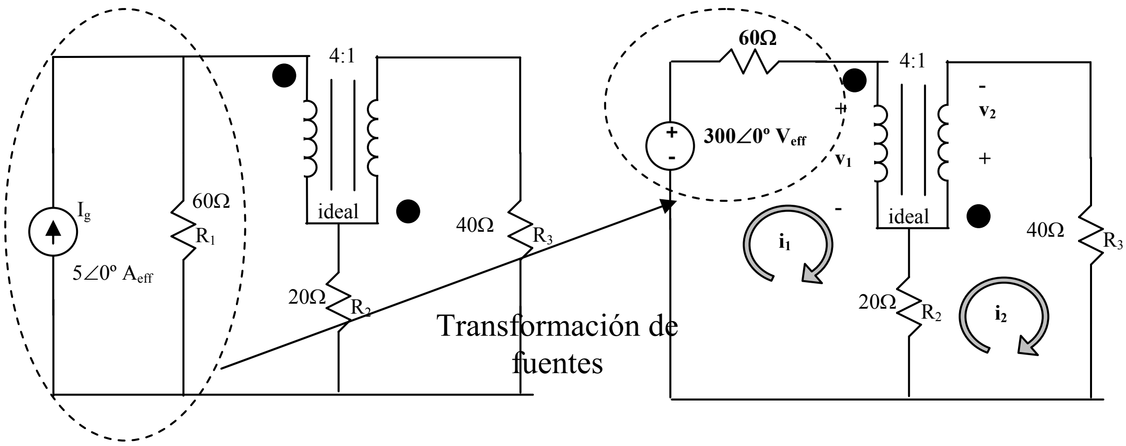
$\vec{S} = V_g \cdot I_g^* = (-285)\cdot 5 = -1425$VA

Potencia generada por la fuente:

$$\boxed{P_g = -1425 \text{ W}}$$

- Encontrad la potencia media suministrada a la resistencia de 20Ω

Para averiguar la potencia consumida por la resistencia de 20Ω es necesario averiguar la corriente que pasa por ella resolviendo el circuito inicial:



$$\left.\begin{array}{l}
300 = 60\cdot i_1 + v_1 + 20\cdot(i_1 - i_2) \\
0 = 40\cdot i_2 + 20\cdot(i_2 - i_1) + v_2 \\
\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{N_1}{N_2} = 4 \\
\dfrac{i_1}{i_2} = -\dfrac{N_2}{N_1} = -\dfrac{1}{4}
\end{array}\right\} \longrightarrow \begin{array}{l}
i_1 = 0.25\text{A} \\
i_2 = -1\text{A} \\
v_1 = 260\text{V} \\
v_2 = 65\text{V}
\end{array}$$

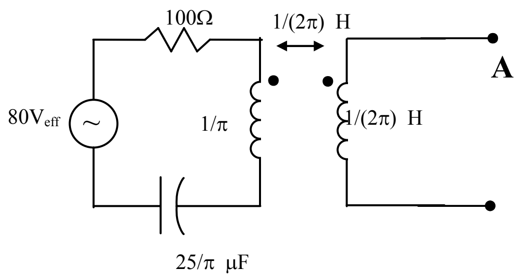
$$\boxed{\mathbf{P_{20\Omega}=}(i_1-i_2)^2\cdot 20 = \mathbf{31.25W}}$$

Febrero 2004

PROBLEMA 77:

Sobre el siguiente circuito, si f = 100Hz , hallad:

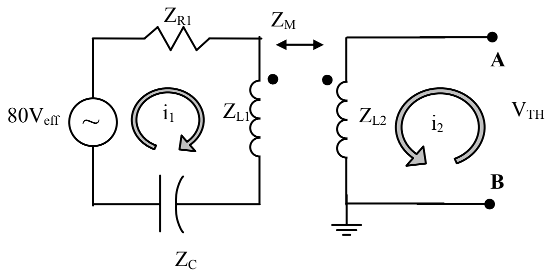
- el equivalente Thevenin entre los terminales A y B
- la potencia que absorbería una resistencia de 100 Ω conectada entre A y B.



SOLUCIÓN 77:

Cálculo del equivalente Thévenin:

$V_{TH} = (V_{AB})_{\text{circuito abierto}} = V_A - V_B = V_A$



$\omega = 2\pi f = 200\pi$ rad/s

$Z_{R1} = R_1 = 100$

$Z_{L1} = j\omega L_1 = 200j$

$Z_{L2} = j\omega L_2 = 100j$

$Z_M = j\omega M = 100j$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -200j$$

$i_2 = 0 \rightarrow V_A = V_{ZL2} = i_2 \cdot Z_{L2} + i_1 \cdot Z_M = i_1 \cdot 100j$

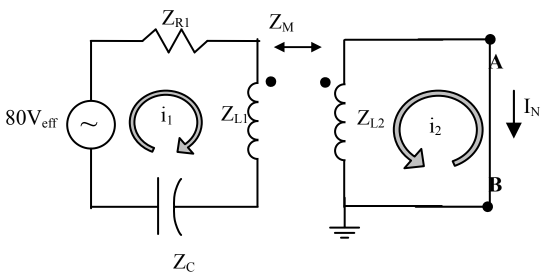
ecuación de malla $\rightarrow 80 = i_1 \cdot Z_{R1} + i_1 \cdot Z_{L1} + i_2 \cdot Z_M + i_1 \cdot Z_C$

$80 = i_1 \cdot 100$

$i_1 = 0.8$ A

$$\boxed{\mathbf{V_{TH} = 80j\ V}}$$

$I_N = (I_{AB})_{\text{cortocircuito}}$



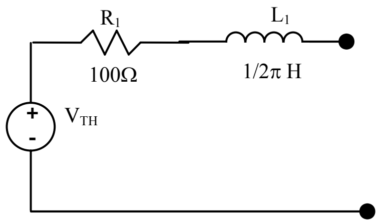
Por mallas:

$$\left.\begin{aligned} 80 &= i_1\cdot Z_{R1} + i_1\cdot Z_{L1} + i_2\cdot Z_M + i_1\cdot Z_C \\ 0 &= i_2\cdot Z_{L2} + i_1\cdot Z_M \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{\mathbf{I_N} = -i_2 = \mathbf{0.4(1+j)}}$$

$$\boxed{\mathbf{Z_{TH}} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{80j}{0.4(1+j)} = \mathbf{100+100j}}$$

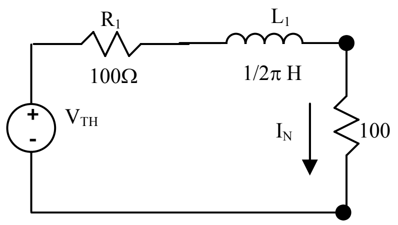
Equivalente Thevenin:



$V_{TH} = 80j \rightarrow \mathbf{V_{TH}(t) = 80\cos(100\pi t + \pi/2)\ V}$

$Z_{TH} = 100 + 100j \rightarrow \mathbf{R = 100\ \Omega,\ \ L = 1/2\pi\ H}$

Potencia que absorbería una resistencia de 100 Ω conectada entre A y B:



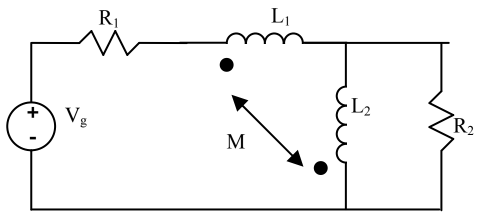
$$I = \frac{V_{TH}}{Z_{TH} + 100} = 0.16 + 0.32j$$

$$\boxed{\mathbf{P_{100\Omega}} = |I|^2 \cdot R = \mathbf{12.8W}}$$

Junio 2004

PROBLEMA 78:

Encuentra la potencia media consumida por la resistencia R_2 en el circuito de la figura:

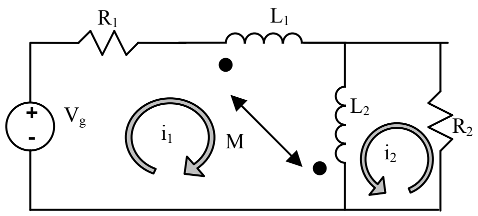


Datos:

V_g (t) = 100 cos 2000t V
$R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 16\Omega$
$L_1 = 4$mH, $L_2 = 5$mH, M =2mH

SOLUCIÓN 78:

Para averiguar la potencia media consumida por la resistencia R_2 se calcula la corriente que pasa por ella analizando el circuito anterior por mallas:



ω = 2000 rad/s
Vg = 100
$Z_{L1} = j\omega L_1 = 8j$
$Z_{L2} = j\omega L_2 = 10j$
$Z_M = j\omega M = 4j$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Malla1: } V_g = R_1 \cdot i_1 + Z_{L1} \cdot i_1 - Z_M \cdot (i_1 + i_2) + Z_{L2} \cdot (i_1 + i_2) - Z_M \cdot i_1 \\ \text{Malla2: } 0 = Z_{L2} \cdot (i_1 + i_2) - Z_M \cdot i_1 + R_2 \cdot i_2\end{array}\right\}$$

se sustituyen los valores de los componentes y se despeja la corriente i_2:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Malla1: } 100 = 4 \cdot i_1 + 8j \cdot i_1 - 4j \cdot (i_1 + i_2) + 10j \cdot (i_1 + i_2) - 4j \cdot i_1 \\ \text{Malla2: } 0 = 10j \cdot (i_1 + i_2) - 4j \cdot i_1 + 16 \cdot i_2\end{array}\right\} \quad i_2 = -3\text{A}$$

La potencia media consumida por la resistencia R2:

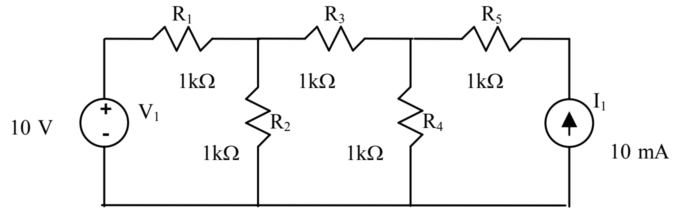
$$\boxed{\mathbf{P_{R2}} = \frac{1}{2}|i_2|^2 \cdot R_2 = \frac{1}{2}|-3|^2 \cdot 16 = \mathbf{72W}}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

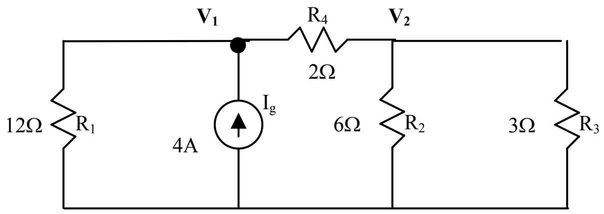
TEMA 1:

ANÁLISIS DE CIRCUITOS EN DC

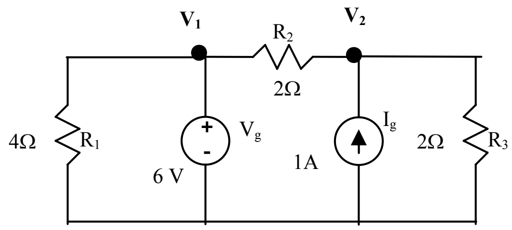
79. Determina las corrientes en las resistencias:



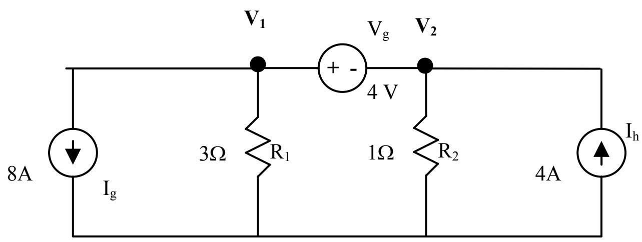
80. Calcula el voltaje en los nodos V_1 y V_2 mediante el análisis por nodos:



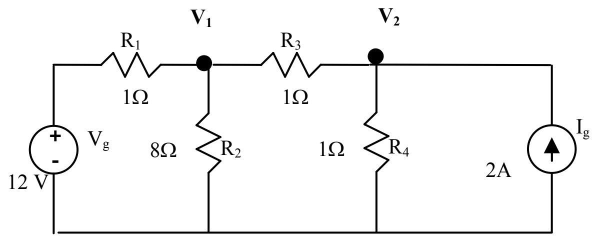
81. Calcula el voltaje en los nodos V_1 y V_2 mediante el análisis por nodos (Ejemplo con fuente de tensión a tierra):



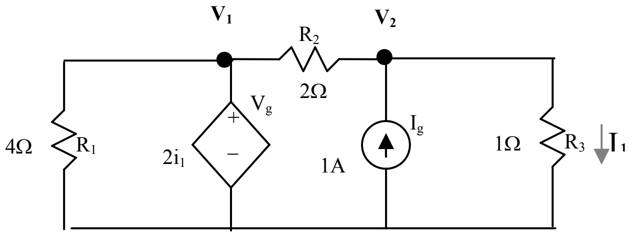
82. Calcula el voltaje en los nodos V_1 y V_2 mediante el análisis por nodos (Ejemplo con fuente de tensión no a tierra):



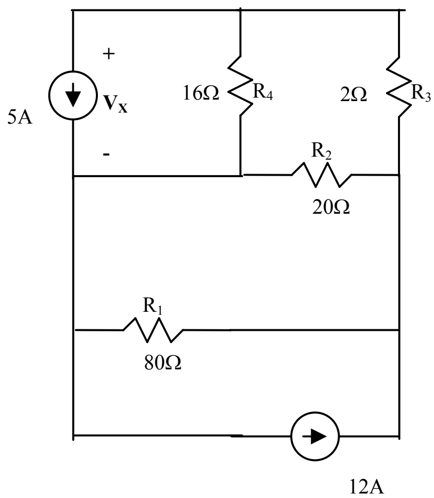
83. Calcula el voltaje en los nodos V_1 y V_2 mediante el análisis por nodos (Ejemplo con fuente de tensión + resistencia):



84. Calcula el voltaje en los nodos V_1 y V_2 mediante el análisis por nodos (Ejemplo con fuentes dependientes):



85. Obtener la tensión V_X:

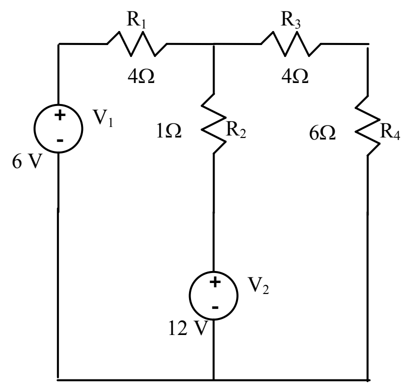


86. Sobre el ejemplo con la fuente de tensión a tierra (prob.81), obtener:
    a. la intensidad cedida por la fuente V_g.
    b. la intensidad que circula por R_3.
    c. la intensidad que circula por R_1.

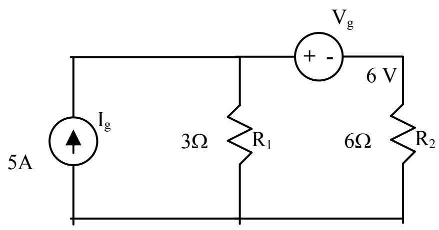
87. Sobre el ejemplo con la fuente de tensión no a tierra (prob.82), obtener la intensidad cedida por la fuente V_g.

88. Sobre el ejemplo con fuentes dependientes (prob.84), obtener la intensidad cedida por la fuente dependiente.

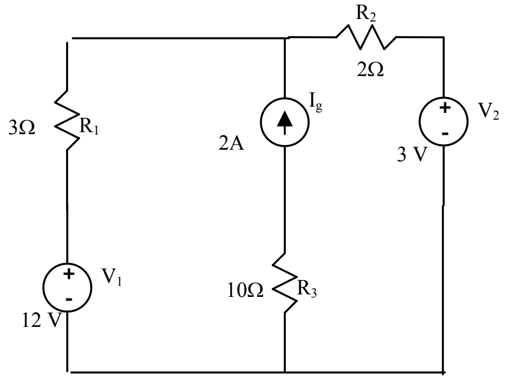
89. Calcula la corriente que circula por la resistencia R_2 mediante el análisis por mallas:



90. Calcula las corrientes de malla del siguiente circuito (Ejemplo con fuente de corriente):

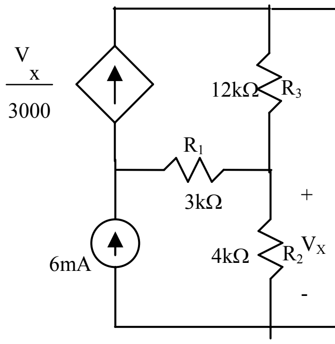


91. Calcula las corrientes de malla del siguiente circuito (Ejemplo con fuente de corriente común a 2 mallas):

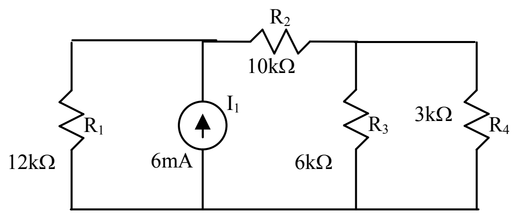


92. Obtener V_o mediante:

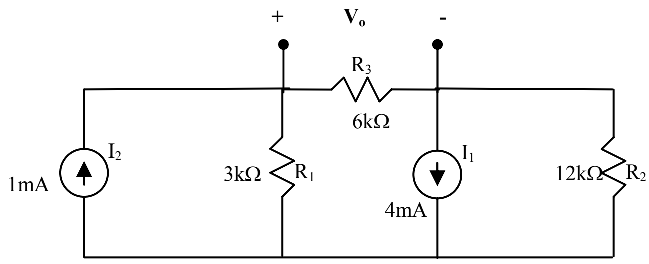
a. Análisis por nodos.
b. Análisis por mallas.



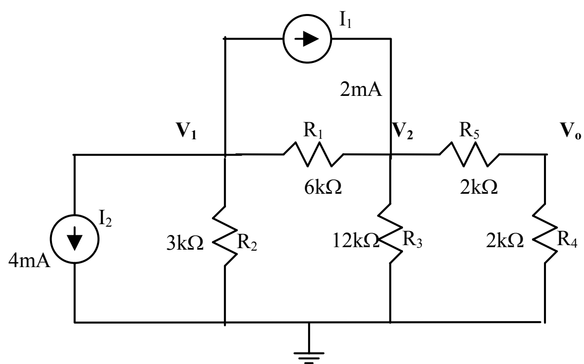
93. Encuentra el valor de la corriente a través de la resistencia R_3:



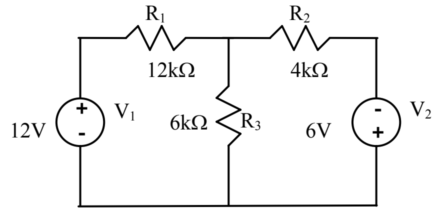
94. Halla V_o y el valor de la corriente a través de la resistencia R_1:



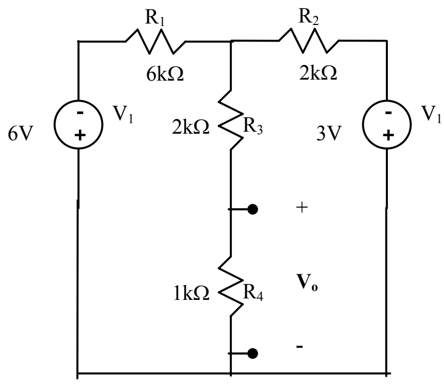
95. Halla V_o, V_1 y V_2 en el circuito siguiente:



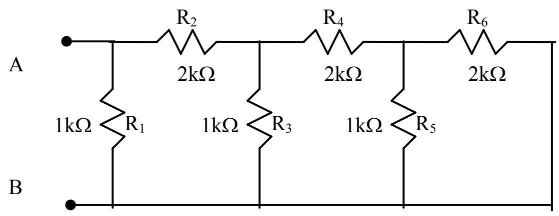
96. Halla el valor de la corriente que pasa por la resistencia R_2:

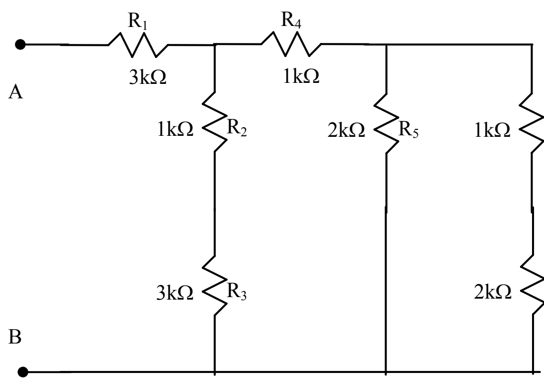


97. Encuentra el valor de V_o:



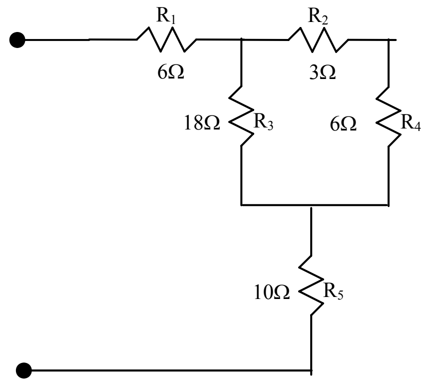
98. Halla la resistencia equivalente desde los terminales indicados para cada una de las siguientes redes:



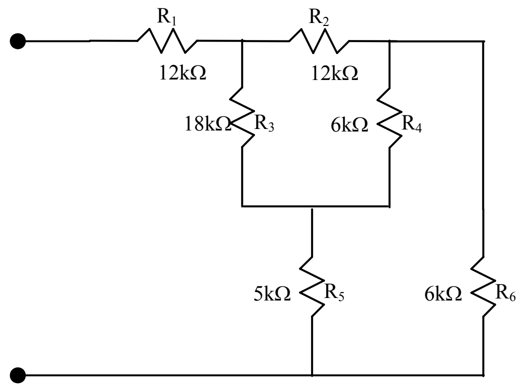


99. Halla la resistencia equivalente desde los terminales indicados para cada una de las siguientes redes:

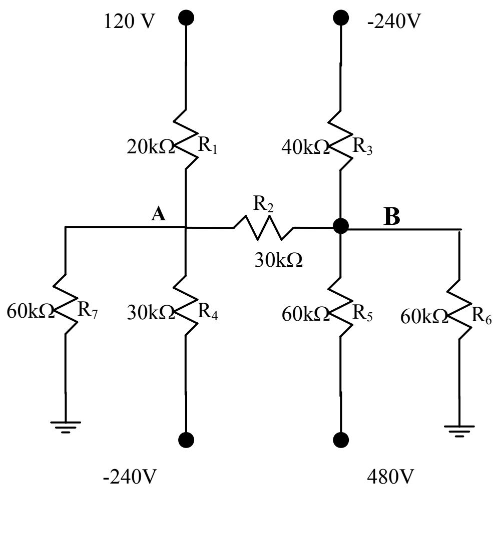
a)



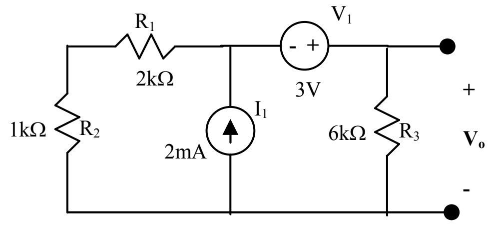
b)



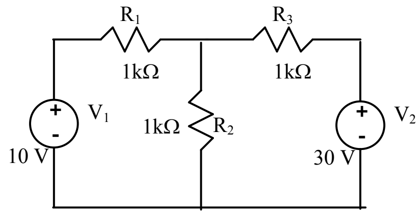
100. ¿Qué tensión marcará un voltímetro conectado entre los nodos A y B?



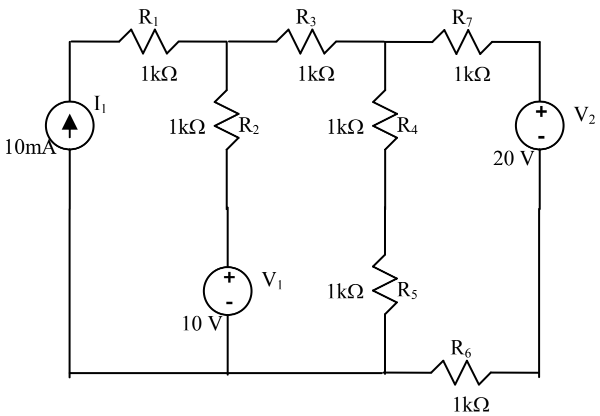
101. Calcular Vo utilizando transformación de fuentes:



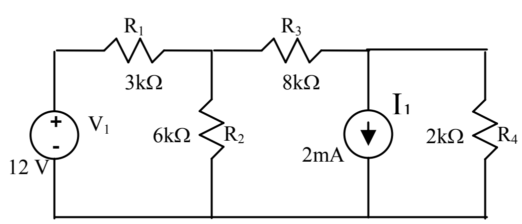
102. Determina las potencias consumidas y generadas por cada componente del siguiente circuito:



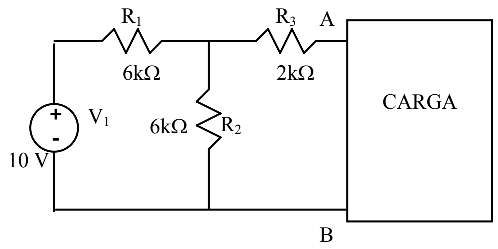
103. Determina las potencias consumidas y generadas por cada componente del siguiente circuito:



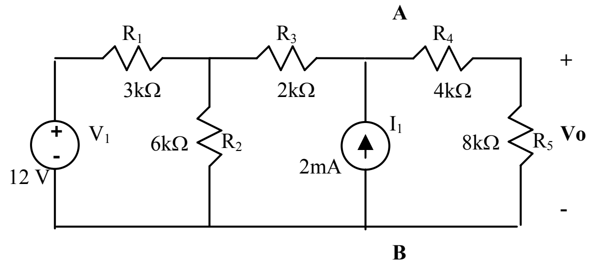
104. Utilizad el teorema de superposición para encontrar Vo en el siguiente circuito:



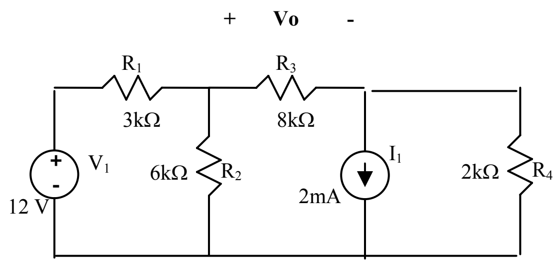
105. Determinad los circuitos equivalentes de Thevenin y Norton desde los terminales AB del circuito siguiente:



106. Hallad Vo, para ello encontrad el equivalente de Thevenin visto desde los terminales AB:

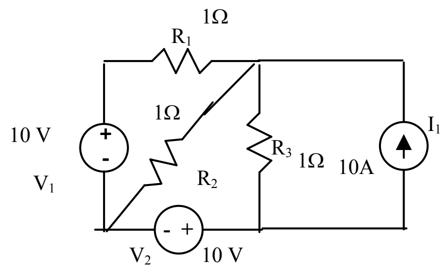


107. Usad el teorema de Thevenin para encontrar el valor de Vo en el siguiente circuito:

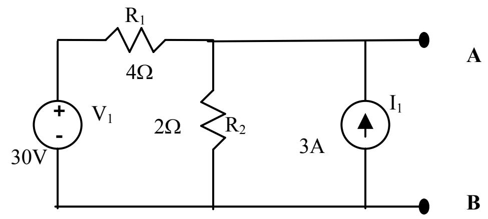


108. Calculad el valor de la corriente que circula por la resistencia R2:

a. aplicando el teorema de Thevenin
b. aplicando el teorema de Norton
c. aplicando el teorema de superposición
d. aplicando el análisis por mallas
e. aplicando el análisis por nodos

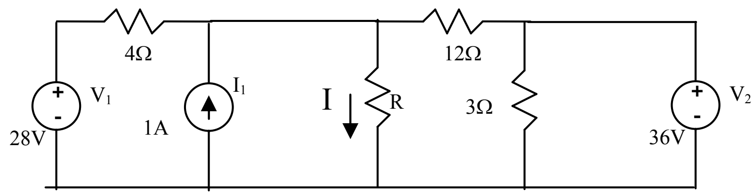


109. Calculad los equivalentes de Thevenin y Norton del siguiente circuito con respecto a los terminales AB:

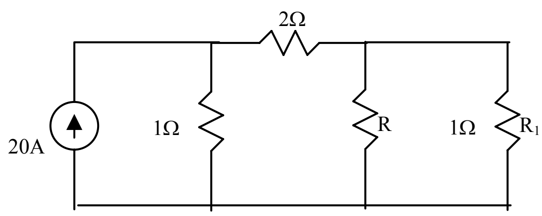


110. Calculad el valor de R en el siguiente circuito para que la intensidad a su través tome los siguientes valores:

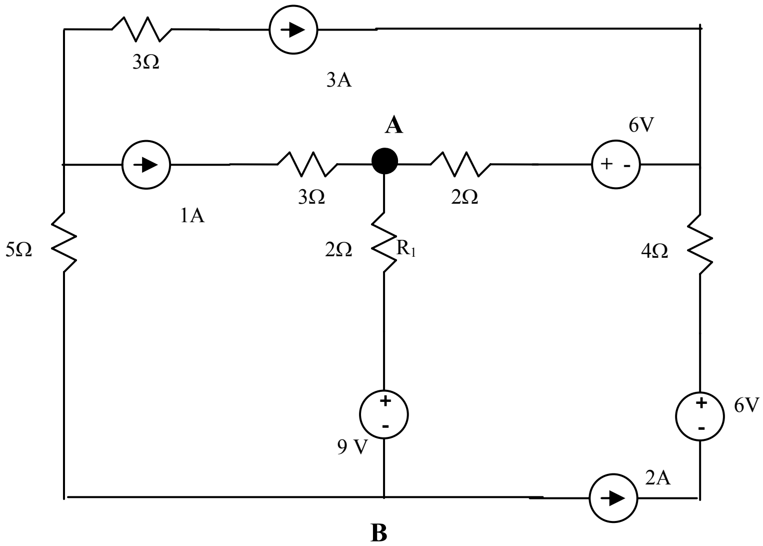
a. 1A
b. 0.5A



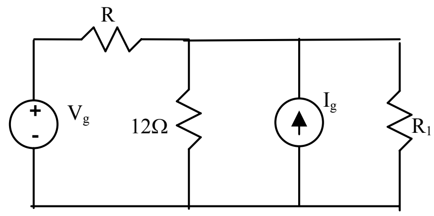
111. Calculad el valor de R para que la resistencia R1 del circuito absorba máxima potencia. ¿Cuál es el valor de esa potencia?



112. Calculad la potencia generada o consumida por la fuente real de tensión conectada entre los terminales A y B del siguiente circuito:



113. Cuando el valor de la resistencia R1 del circuito siguiente varía de 10Ω a 16Ω, la intensidad que la recorre varía de 4A a 3A. Calculad el valor de la resistencia R.



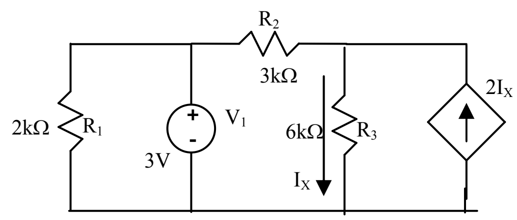
114. Una batería de automóvil presenta entre sus terminales, a circuito abierto, una tensión de 12.2V. Si se pone unos instantes en cortocircuito, suministra 122A.

a. Calculad la tensión en bornes cuando suministra una intensidad de 10A.
b. Calculad la intensidad que suministra si la tensión en bornes es de 13.2V.

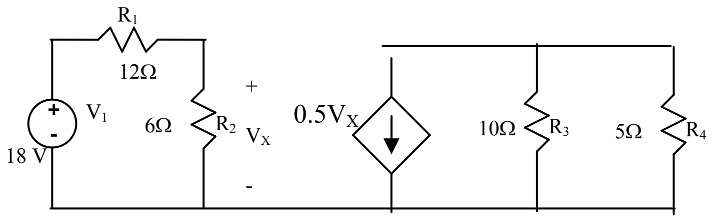
115. Se dispone de N fuentes reales de tensión de 10V, las cuales poseen 1Ω de resistencia interna cada una. Conectadas en paralelo y aplicadas a una carga resistiva de 6 Ω, hacen que esta carga consuma una potencia de P W. Conectadas en serie y aplicadas a la misma carga de 6 Ω, hacen que ahora consuma una potencia P1 = 6.25 · P W. Calcula :

a. El número de fuentes.
b. La potencia disipada en cada caso con el conjunto de fuentes.

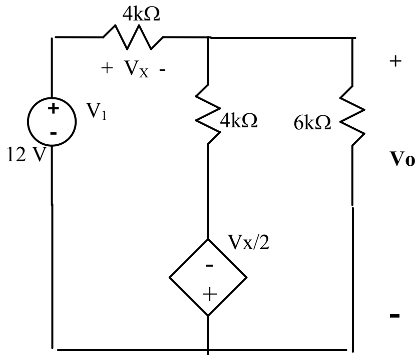
116. Encontrad la corriente que circula por R2:



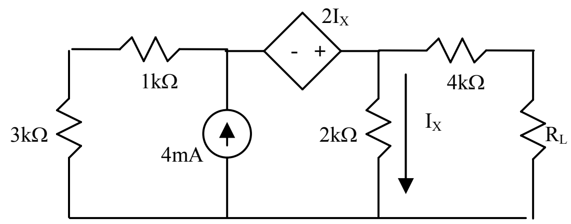
117. Calculad las corrientes que circulan por las resistencias R3 y R4:



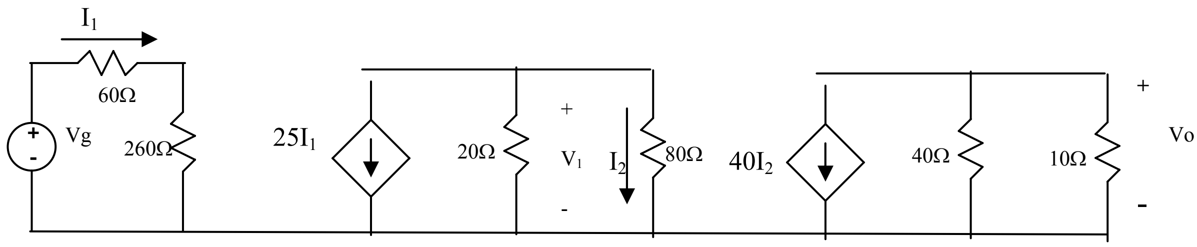
118. Encontrad Vo en el circuito siguiente con el teorema de Thevenin:



119. Encontrad el valor de R_L para la máxima transferencia de potencia. ¿Cuál es el valor de la potencia consumida por R_L?



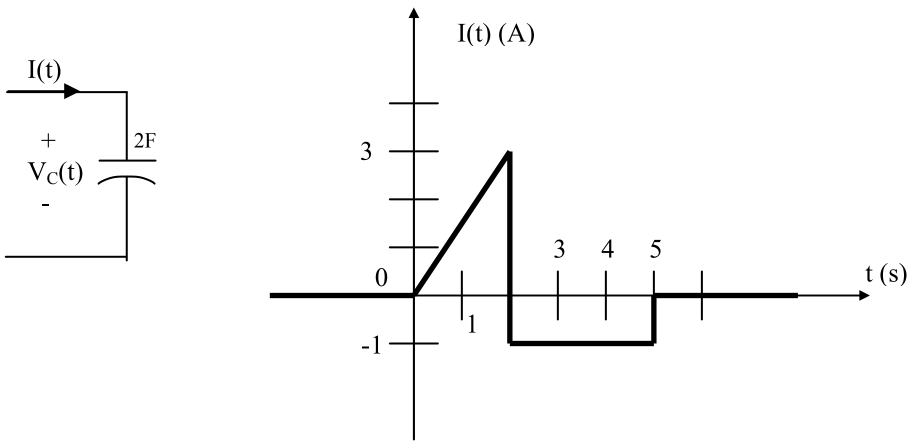
120. Encontrad V_1 y Vg en el circuito siguiente, donde Vo = 5V. (Sugerencia: comenzar en el extremo derecho del circuito y trabajad hacia Vg).



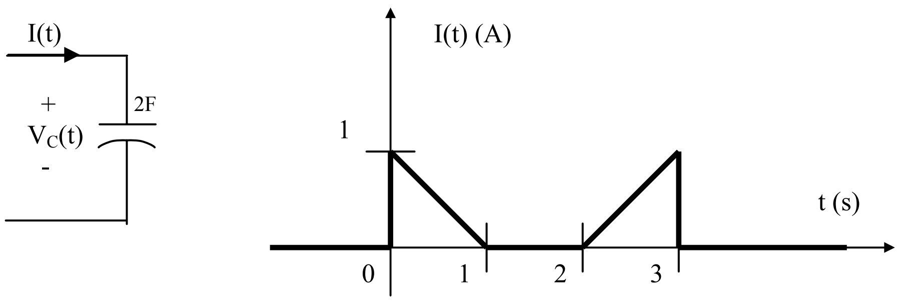
TEMA 2:

ANÁLISIS TRANSITORIO

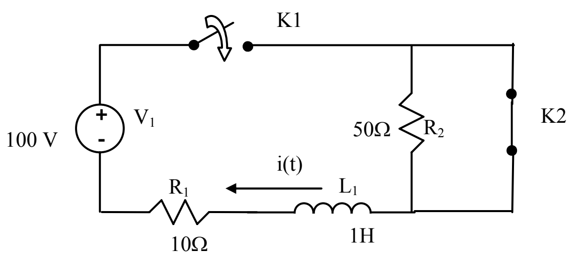
121. Obtener la tensión $V_C(t)$ en el condensador si se aplica una intensidad como la mostrada en la gráfica siguiente:



122. Obtener la tensión $V_C(t)$ en el condensador si por él circula una intensidad como la mostrada en la gráfica siguiente:

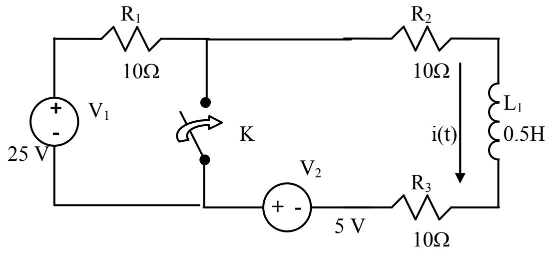


123. En el siguiente circuito, calculad i(t) para t>0:



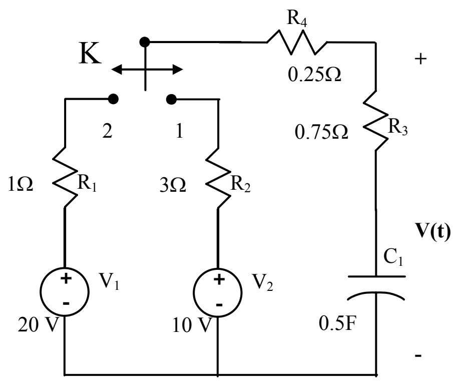
- K1 lleva mucho tiempo abierto
- K2 lleva mucho tiempo cerrado
- K1 se cierra en t = 0s
- K2 se abre en t = 0.2s

124. En el siguiente circuito, calculad i(t) para t>0:



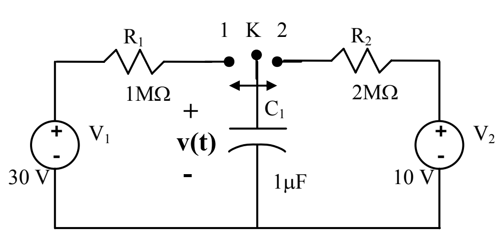
- K lleva mucho tiempo abierto
- K se cierra en t = 0s
- K se vuelve a abrir en t = 0.02s

125. En el siguiente circuito, calculad V(t) para t>0:



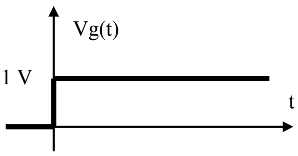
- K lleva mucho tiempo en la posición 1
- K pasa a la posición 2 en t = 0s
- K vuelve a la posición 1 en t = 2s

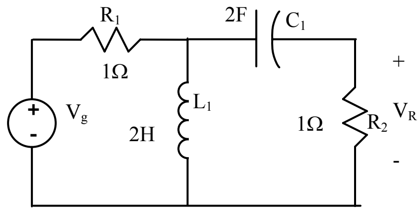
126. En el siguiente circuito:



- K lleva mucho tiempo en la posición intermedia
- En t = 0s K pasa a la posición 1
- Cuando v(t) llega a 20V, K pasa a la posición 2
- Cuando v(t) llega a 15V, K vuelve a la posición inicial
- Calculad el tiempo total transcurrido

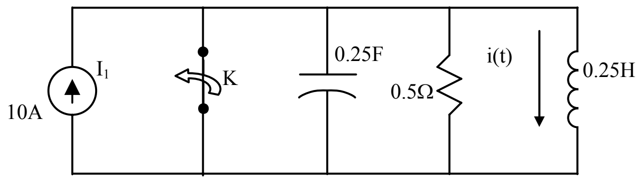
127. Para el circuito de la figura, obtener $V_R(t)$ para t>0 si la tensión de la fuente Vg(t) se comporta de la forma siguiente:





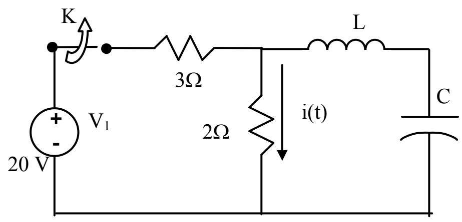
Datos: $i_L(0)$=0.5 A y $V_C(0)$=1.5V

128. El interruptor K del circuito lleva un tiempo infinito cerrado. En t = 0s se abre dicho interruptor. Calculad i(t). ¿De qué tipo de respuesta se trata?

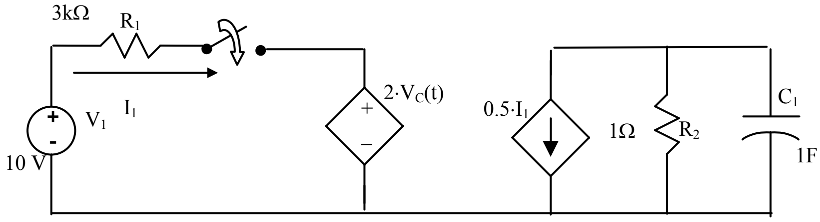


129. En el siguiente circuito, calculad i(t) para t>0:

- K lleva mucho tiempo cerrado
- K se abre en el instante t = 0
- Datos:
    a. C = 1F
    b. El circuito es críticamente amortiguado.



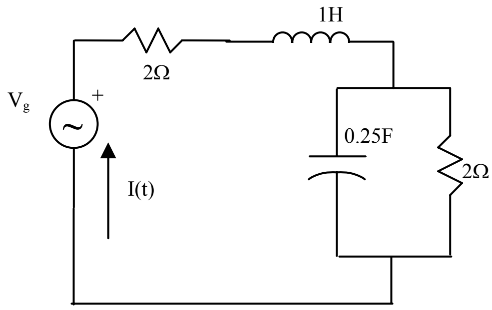
130. El interruptor está abierto inicialmente, pero en t=0 se cierra. Calcular la tensión en el condensador para t>0:



TEMA 3:

ANÁLISIS EN REGIMEN ESTACIONARIO SENOIDAL

131. Determina la corriente I(t) proporcionada por el generador de valor Vg = cos(2·t) (V).



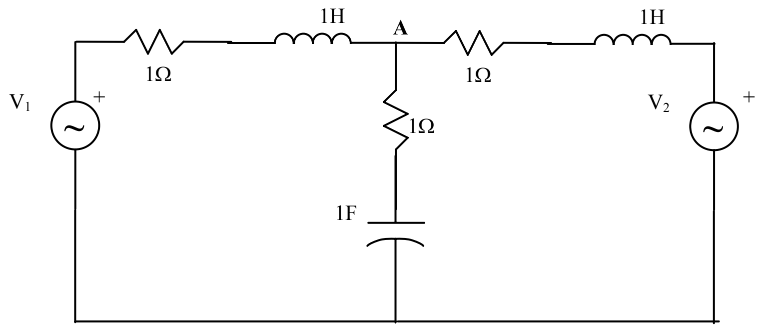
132. Determina el potencial $V_A(t)$:

Datos:

$\omega = 1$ rad/s

$V_1 = \cos(\omega \cdot t)$ (V).

$V_2 = \cos(\omega \cdot t + \pi/2)$ (V).



133. Calcular la potencia real y reactiva absorbidas por la impedancia Z.

Datos:

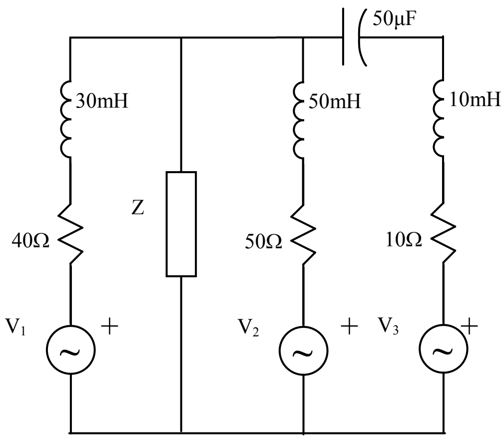
$Z = 4 + 3j\ \Omega$

$\omega = 1000$ rad/s

$V_1 = 60 \cdot \cos(\omega \cdot t)$ (V).

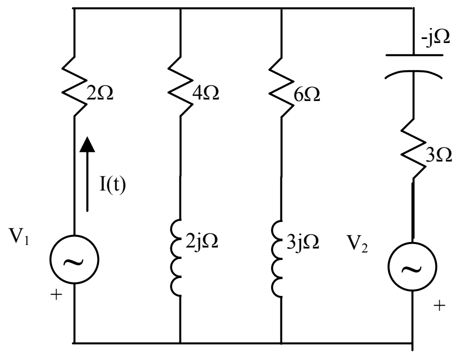
$V_2 = 10 \cdot \cos(\omega \cdot t - 90º)$ (V).

$V_3 = 20 \cdot \cos(\omega \cdot t + 90º)$ (V).

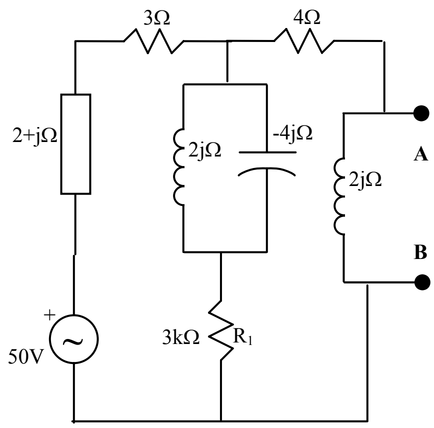


134. Calcular I(t):

Datos:
$V_1 = 14{,}1 \cdot \cos(50 \cdot t - \pi/3)$ (V).
$V_2 = 28{,}2 \cdot \cos(50 \cdot t - \pi/2)$ (V).

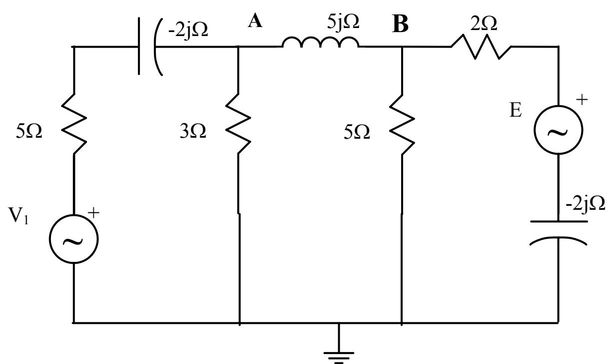


135. Calcular el equivalente de Thevenin del circuito entre los terminales A y B:



136. Determinar el valor de la fuente de tensión E sabiendo que la intensidad entre los puntos A y B vale cero.

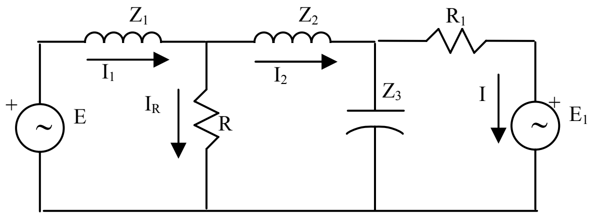
$V_1 = 10 \cdot \cos(\omega \cdot t + 30º)$ (V).



137. La fuente E1 no cede ni absorbe potencia real ni potencia reactiva. Calcular el valor de la fuente.

Datos:

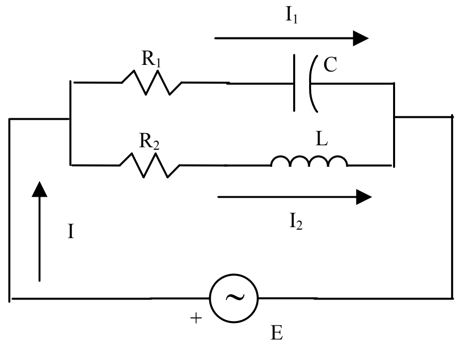
$E = 20\angle 0$ V
$Z1 = 4j\ \Omega$
$Z2 = 4j\ \Omega$
$R = 4\Omega$
$Z3 = -4j\ \Omega$



138. Calcular la tensión en el condensador, la tensión en la bobina, la intensidad I. Dibujar el diagrama fasorial de tensiones e intensidades.

Datos:

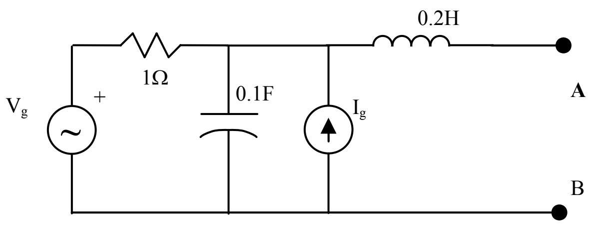
$I1 = 25A$
$I2 = 15A$
$V_{R1} = 175$ V
$V_{R2} = 375$ V
$f = 50$ Hz
$E = 442\angle 0$ V



139. Calcular el equivalente de Thevenin del circuito entre los terminales A y B:

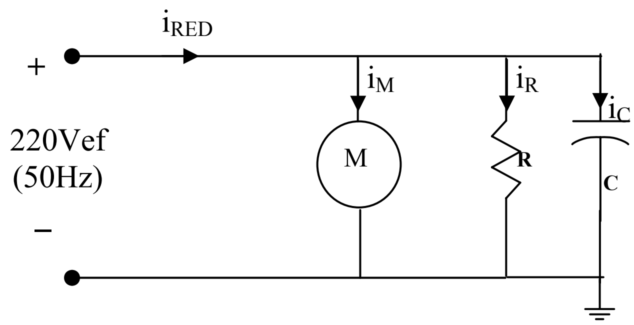
Datos:

$V_g = 9\cdot\cos(10\cdot t)$ (V).
$I_g = 9\cdot\cos(10\cdot t - \pi/3)$ (A).



140. A una red de 220 Veff y 50 Hz se conectan en paralelo:

- un motor de 2 kW y factor de potencia 0.8 inductivo
- una resistencia de calefacción de 1kW
- un banco de condensadores que eleva el factor de potencia del conjunto a 0.999 inductivo



Calcular:

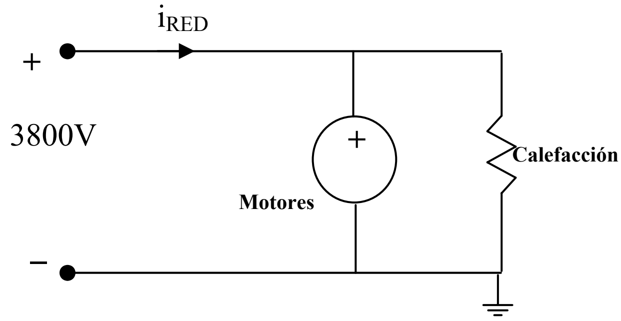
- intensidad cedida por la red
- intensidad en cada carga
- capacidad del banco de condensadores

141. Una industria conecta a una red de 3800 Veff a 50 Hz las siguientes cargas:

- 40 kW en resistencias de calefacción
- 180 kVA con factor de potencia 0.7 inductivo en motores eléctricos.

Calcular:

- corriente que solicita la industria a la red
- factor de potencia de la instalación
- capacidad de la batería de condensadores que sería necesario conectar en paralelo para subir el factor de potencia a 0.9 inductivo y valor de la intensidad solicitada a la red en esta situación.



TEMA 4:

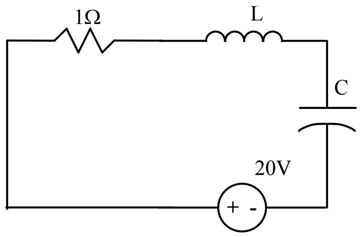
RESONANCIA

142. Del circuito de la figura se conocen los siguientes datos:

$\omega_o = 10$ krad/s
$V_C = 1$kV en resonancia

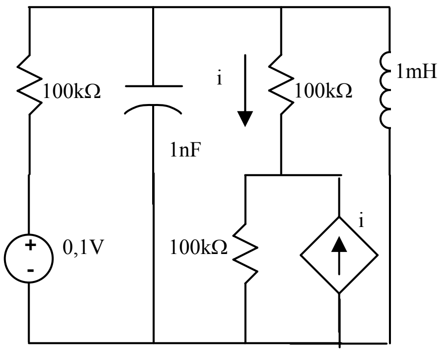
Se pide:

- valor de L y de C
- factor de calidad del circuito



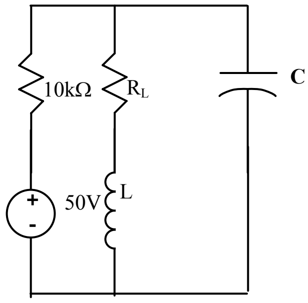
143. Sobre el circuito de la figura se pide:

- ancho de banda β
- R a conectar en paralelo con el condensador para duplicar β



144. En el circuito de la figura, calcular R_L, L y C sabiendo:

- $\omega_o = 10^6$ rad/s
- a la frecuencia de resonancia , la bobina tiene un factor de calidad 50 y unas pérdidas de 62,5 mW

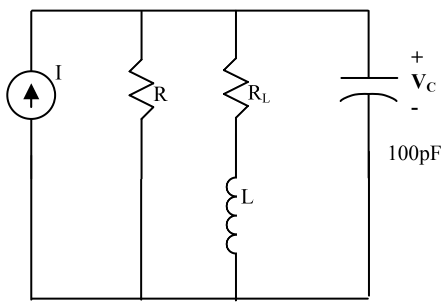


145. En el circuito de la figura, se conoce:

f_o = 1 MHz
ω = 15 kHz
Q_L=50 (factor de calidad de la bobina)

se pide:

- obtener R, L y R_L
- calcular el desfase de V_C con respecto a I para $f_1=f_o+\beta/2$ y $f_2=f_o-\beta/2$



TEMA 5:

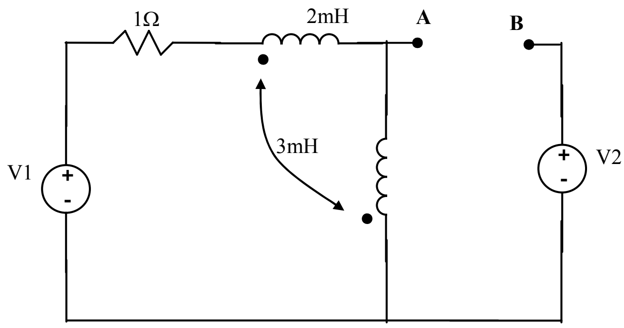
ACOPLAMIENTO MAGNÉTICO

146. Sobre el siguiente circuito, se pide:

- Calcular la impedancia Z que, colocada entre A y B, absorbe la máxima potencia.
- Calcular el valor de dicha potencia.

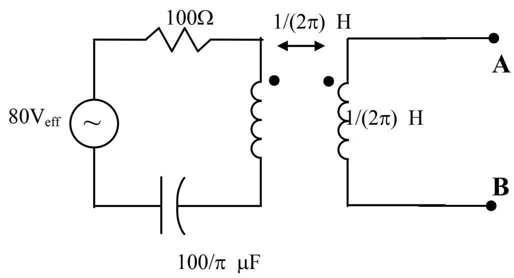
Datos: $V1 = 5\sqrt{2}\cos(1000 \cdot t)\ V$

$V2 = 10\sqrt{2}\mathrm{sen}(1000 \cdot t)\ V$



147. Sobre el siguiente circuito, si f = 50Hz , hallad:

- el equivalente Thevenin entre los terminales A y B
- la potencia que absorbería una resistencia de 25 Ω conectada entre A y B.



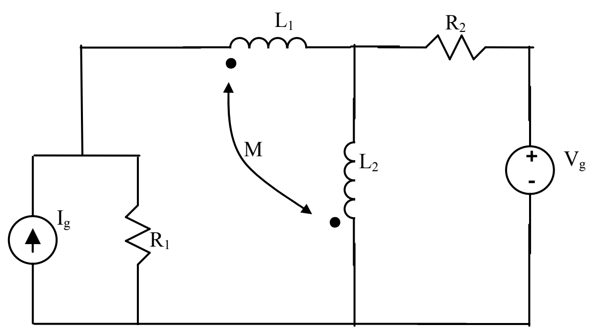
148. Analizad el siguiente circuito y realizad un balance de potencias.

Datos:
$I_g = \sqrt{2}\mathrm{sen}(1000 \cdot t)\ A$

$V_g = \sqrt{2}\cos(1000 \cdot t)\ V$

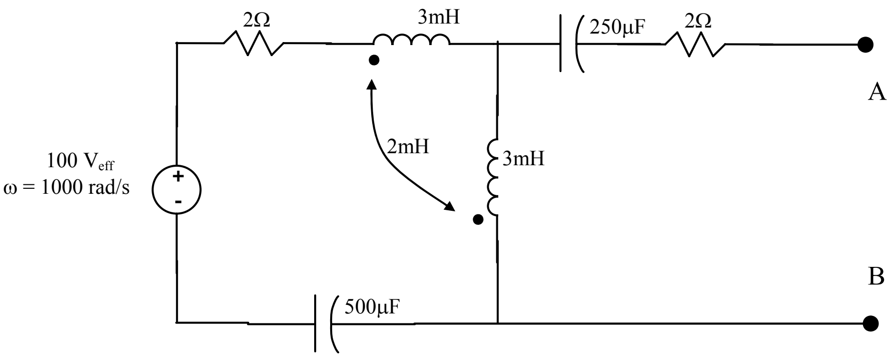
$R_1 = R_2 = 1\Omega$

$L_1 = 2mH; \quad L_2 = M = 1mH$



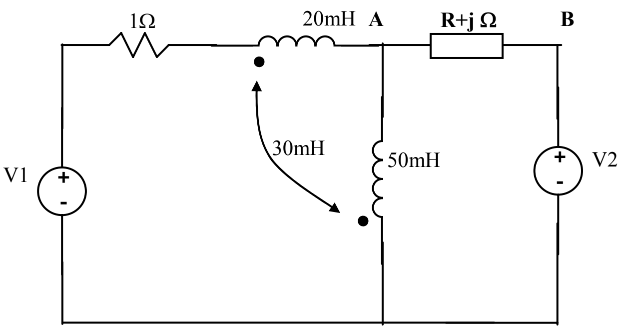
149. Sobre el siguiente circuito, se pide:

- Calcular la impedancia Z que, colocada entre A y B, absorbe la máxima potencia.
- Calcular el valor de dicha potencia.



150. Sobre el siguiente circuito, se pide:

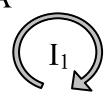
- Calcular el valor de R para que la impedancia conectada entre A y B, consuma máxima potencia.
- Calcular el valor de esa potencia.

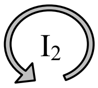


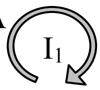
Datos:
$$V_1 = 5\sqrt{2}\cos(100 \cdot t)\ \text{V}$$
$$V_2 = 10\sqrt{2}\cos(100 \cdot t + \frac{\pi}{2})\ \text{V}$$

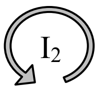
SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

SOLUCIONES

79. $I_{R1} = 4$ mA; $I_{R2} = 6$ mA; $I_{R3} = -2$ mA; $I_{R4} = 8$ mA; $I_{R5} = 10$ mA.
80. $V_1 = 12V$; $V_2 = 6V$.
81. $V_1 = 6V$; $V_2 = 4V$.
82. $V_1 = 6V$; $V_2 = 2V$.
83. $V_1 = 8V$; $V_2 = 5V$.
84. $V_1 = 4V$; $V_2 = 2V$.
85. $V_X = 48V$.
86.
    a. $I = 2.5A$.
    b. $I_{R3} = 2A$.
    c. $I_{R1} = 1.5A$.
87. $I = 6A$.
88. $I = 2A$.
89. $I_{R2} = 2A$.
90. $I_1 = 5A$ 

$I_2 = -1A$. 

91. $I_1 = 1A$ 

$I_2 = -3A$. 

92. $V_o = 24V$.
93. $I_{R3} = 1mA$.
94. $V_o = 102/7$ V = 14.57V; $I_{R1} = 10/7$ mA = 1.428 mA.
95. $V_o = 0V$; $V_1 = -12V$; $V_2 = 0V$.
96. $I_{R2} = 1.25$ mA.
97. $V_o = -5/6$ V = -0.8333V.
98.
    a. $R_{eq} = 30/41$ kΩ.
    b. $R_{eq} = 11/3$ kΩ.
99. a) 22Ω. b)22kΩ.
100. $V_{AB} = -28.5V$.
101. $V_o = 6V$.
102. Pconsumidas: $P_{R1} = 100/9$ mW; $P_{R2} = 1600/9$mW; $P_{R3} = 2500/9$mW;
$P_{V1} = 100/3$mW (V1 es pasivo).
Pgeneradas: $P_{V2} = -1500/3$mW.
103. Pconsumidas: $P_{R1} = 100$ mW; $P_{R2} = 400/9$mW; $P_{R3} = 100/9$mW;
$P_{R4} = 400/9$mW; $P_{R5} = 400/9$mW; $P_{R6} = 100/9$mW; $P_{R7} = 100/9$mW;
$P_{V1} = 200/3$mW (V1 es pasivo).
Pgeneradas: $P_{V2} = -200/3$mW; $P_{I1} = -800/3$mW;

104. Vo = 8V.
105. $V_{TH} = 5V$, $R_{TH} = 5k\Omega$; $I_N = 1mA$, $R_N = 5k\Omega$.
106. Vo = 8V.
107. Vo = 8V.
108. I = 10A.
109. $V_{TH} = 42/3$ V, $R_{TH} = 4/3\ \Omega$; $I_N = 21/2$ A, $R_N = 4/3\ \Omega$.

110. a) 30Ω b) 63Ω.
111. R = 1.5Ω.
112. $P_{resistencia}(2\Omega) = 72W$; $P_{generador}(9V)=54W$ (pasivo).
113. R = 24Ω.
114. a) V = 11.2V. b) I = -10 A.
115. a) Hay 4 fuentes b) En paralelo disipan 15.36W en total y en serie disipan 96W en total.
116. I = 1mA.
117. $I_{R3} = 1A$; $I_{R4} = 2A$.
118. Vo = 36/13 V.
119. $R_L = 6k\Omega$; $P_{RL} = 8/3$ mW
120. $V_1 = -1.25V$; Vg = 1V.
121. Tensión en el condensador:

intervalo de t	tensión	tensión al final del intervalo
$-\infty<t<0$	0	0 V
$0<t<2$	$3/8t^2$	1.5 V
$2<t<5$	$5/2-t/2$	0 V
$t>5$	0	0 V

122. Tensión en el condensador:

intervalo de t	tensión	tensión al final del intervalo
$-\infty<t<0$	0	0 V
$0<t<1$	$0.5\cdot(t-0.5t^2)$	0.25 V
$1<t<2$	0.25	0.25 V
$2<t<3$	$0.25t^2-t+1.25$	0.5 V
$t>3$	0.5	0.5V

123. Corriente en la bobina:

intervalo de t	corriente	corriente al final del intervalo
$-\infty<t<0$	0	0 A
$0<t<0.2$	$10-10e^{-10t}$	8.65 A
$0.2<t<\infty$	$1.66+6.98e^{-60(t-0.2)}$	1.66 A

124. Corriente en la bobina:

intervalo de t	corriente
$0<t<0.02$	$0.25+0.75e^{-40t}$
$0.02<t<\infty$	$1-0.41e^{-60(t-0.02)}$

125. Tensión:

intervalo de t	tensión en el C	tensión
$0<t<2$	$20-10e^{-t}$	$20-6.25e^{-t}$
$2<t<\infty$	$10+23.5e^{-0.5t}$	$10+19.1e^{-0.5t}$

126. $t = 2.5$ s

127. $V(t) = -1.5\ e^{-0.25t} \cdot sen(0.25t)$ V. (Sistema Subamortiguado)

128. $i(t) = 10-10e^{-4t} - 40t \cdot e^{-4t}$ A (Críticamente Amortiguado)

129. $i(t) = -8t \cdot e^{-t}$ A

130. $V(t) = -2.5 \cdot (1-e^{-t/1500})$ V

131. $\hat{I}g = \frac{1}{3+j} \rightarrow Ig(t) = \frac{\sqrt{10}}{10}\cos(2t - 0.32)A$

132. $\hat{V}_A = \frac{2}{3-j} \rightarrow V_A(t) = \frac{\sqrt{10}}{5}\cos(t + 0.32)V$

133. P = 129 mW   Q = 97 mVAR (tensiones en V_{eff})

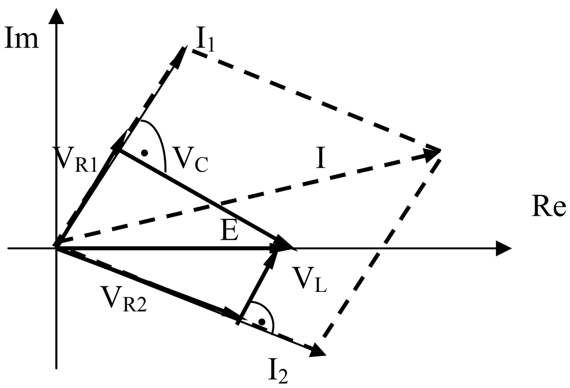
134. $I(t) = 0.38\cos(50t-0.38)$ A

135. $Vth = 7.34V\lfloor 1.29rad$
$Zth = 0.48 + 1.7j$

136. $E = 5.3V\lfloor 0.49rad$

137. $E1 = 20V\lfloor 0rad$

138. $V_C = 406V$, $V_L = 234V$, $I = 27.14A\lfloor 0.58rad$



139. $Vth = 11V\lfloor -1.31rad$
$Zth = 0.5 + 1.5j$

140. $I_{RED} = 13.65A$, $I_M = 11.36A$, $I_R = 4,54$ A, $I_C = 6.21A$, $C = 90\mu F$

141. $I_{RED} = 55A$, $\cos\varphi = 0.79$, $C = 10\mu F$, $I_{RED}' = 48.5A$

142. L = 5mH, C = 2μF, Q = 50

143. β =13.3 krad/s, R=75kΩ

144. $R_L = 4\Omega$, L = 200 μH, C = 5nF

145. R = 190 kΩ, L = 253 μH, $R_L = 10.6\Omega$, $\varphi_1 = -45^o$, $\varphi_2 = +45^o$

146. Z = 1-4j, P = 56.25W

147. Vth = 40j V_{eff}, Zth = 25+50j, P = 8W.

148. Potencias:

	P (W)	Q (VAR)
R_1	0.5	0
R_2	0.5	0
L_1	0.5	0.5
L_2	-0.5	0.5
Ig	-0.5	-0.5
Vg	-0.5	-0.5

149. $Z = 2.5+j$, $P = 250W$

150. $R = 4.47\Omega$, $P=3.86W$